



UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

TRABAJO FIN DE ESTUDIOS

Título

El Pensamiento Computacional en el Aula de Matemáticas

Autor/es

MARÍA DEL CARMEN MORATA HEREDIA

Director/es

ÁNGEL ALBERTO MAGREÑÁN RUIZ

Facultad

Escuela de Máster y Doctorado de la Universidad de La Rioja

Titulación

Máster Universitario de Profesorado, especialidad Matemáticas

Departamento

MATEMÁTICAS Y COMPUTACIÓN

Curso académico

2018-19



El Pensamiento Computacional en el Aula de Matemáticas, de MARÍA DEL CARMEN MORATA HEREDIA

(publicada por la Universidad de La Rioja) se difunde bajo una Licencia Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada 3.0 Unported.

Permisos que vayan más allá de lo cubierto por esta licencia pueden solicitarse a los titulares del copyright.

© El autor, 2019

© Universidad de La Rioja, 2019

publicaciones.unirioja.es

E-mail: publicaciones@unirioja.es

Trabajo de Fin de Máster

El pensamiento Computacional en el Aula de Matemáticas

Autora

M^a Carmen Morata Heredia

Tutor: Alberto Magreñán Ruiz

MÁSTER:

Máster en Profesorado, Matemáticas (M06A)

Escuela de Máster y Doctorado



AÑO ACADÉMICO: 2018/2019

RESUMEN

La propuesta de innovación que se plantea en el presente Trabajo Fin de Máster persigue ofrecer una guía de actuación para el desarrollo del pensamiento computacional en el aula de matemáticas. Se pretende así mostrar desde secundaria el vínculo entre las matemáticas y la programación, esta última muy necesaria en una formación que persigue dar respuesta a la emergente demanda laboral. Para ello, en primer lugar, se muestra un análisis que evidencia la ausencia del pensamiento computacional en el currículo de secundaria y bachillerato. Se continúa con un estudio del trato que recibe la competencia digital en los libros de texto de la materia. Y finalmente, se realiza la propuesta planteando una poda y posterior reestructuración de la secuenciación de contenidos de 1º y 2º de ESO de la asignatura de Matemáticas. Se proponen una batería de actividades desconectadas para el primer curso de educación secundaria relacionadas con la divisibilidad y las operaciones con fracciones, donde se desarrolla el razonamiento algorítmico y se introducen los diagramas de flujo. La propuesta continúa para 2º ESO, donde los contenidos de divisibilidad y operaciones con fracciones pasan a ser traducidos al lenguaje de programación del entorno de desarrollo Scratch. Durante todo el proceso se ofrecen applets de apoyo que permitan un aprendizaje significativo y, a la vez, favorezcan la motivación de la nueva generación de estudiantes, conocida como nativos digitales.

Palabras clave:

Pensamiento computacional, Matemáticas, Poda Curricular, Actividades Desconectadas, Actividades Conectadas, Applets, Scratch, libro de texto, algoritmo

ABSTRACT

This Master's Dissertation is a innovation proposal that aims to provide an action guide for the development of computational thinking in the mathematics classroom. The main goal is to show the link between mathematics and programming in Secondary Education. Programming is the main answer to current labor market demand. This document begins with an analysis that evidences the absence of computational thinking in Secondary and Upper High Education curricula. It continues with a study of the treatment of digital competence in maths textbooks. Finally, the proposal is to pose a removal and restructe of the mathematical contents in Secondary Education. It suggests a list of unplugged activities for the first year. These activities are based on developing algorithmic reasoning and flow diagrams. The main contents are divisibility and operations with fractions. For the second year, these contents are translated into Scratch programming language. Throughout the process, support applets that allow meaningful learning are offered. Also, it encourages the motivation of the new generation of students, known as digital natives.

Keywords: Computational thinking, math, algorithmic, unplugged activities, programming activities, applets, Scratch, contents removal

ÍNDICE

1. Introducción y justificación	1
2. Objetivos	4
3. Marco teórico	5
3.1. El pensamiento computacional: Nociones básicas	5
3.2. El pensamiento computacional en el currículo de secundaria	9
3.3. La competencia digital en los libros de texto de matemáticas	11
3.4. Análisis de instrucción de la propuesta	16
3.5. Variación de la estrategia metodológica 1-2-4	17
4. Estado de la cuestión	19
5. Propuesta de innovación	21
5.1. Poda curricular y redistribución de los elementos curriculares	21
5.2. Inclusión del pensamiento computacional en Matemáticas	24
5.3. Módulos computacionales en 1º de ESO	25
5.4. Módulos computacionales en 2º de ESO	40
5.5. Evaluación de los módulos computacionales	50
6. Discusión	56
7. Conclusiones	58
7.1. Logros alcanzados respecto a los objetivos de trabajo	58
7.2. Reflexión final	59
8. Referencias	60
9. Anexos	65
9.1. Anexo 1: Tarea Desconectada. Criterio de divisibilidad del 3	65
9.2. Anexo 2: Tarea Conectada. Fracciones (2º ESO)	66
9.3. Anexo 3: Tarea Ecuaciones de 2º grado incompletas	68

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3.1. Extracto del currículo Tecnología 4º ESO.....	9
Tabla 3.2. Extracto del currículo Tecnología de la Información y de la Comunicación 1º y 2º Bachillerato.....	10
Tabla 3.3. La competencia digital en los libros de texto de matemáticas de 1º de ESO	14
Tabla 3.4. La competencia digital en los libros de texto de matemáticas de 2º de ESO	15
Tabla 5.1. Reestructuración de contenidos curriculares de Matemáticas	23
Tabla 5.2. Elementos curriculares de evaluación del módulo computacional divisibilidad I	26
Tabla 5.3. Objetivos y elementos computacionales de la Tarea 1.1	27
Tabla 5.4. Objetivos y elementos computacionales de la Tarea 1.2	28
Tabla 5.5. Organizadores tareas del módulo computacional divisibilidad I	29
Tabla 5.6. Elementos curriculares de evaluación del módulo computacional divisibilidad II	30
Tabla 5.7. Objetivos y elementos computacionales de la Tarea 2.1.....	31
Tabla 5.8. Objetivos y elementos computacionales de la Tarea 2.3	32
Tabla 5.9. Organizadores tareas módulo computacional divisibilidad (II)	36
Tabla 5.10. Elementos curriculares de evaluación del módulo computacional operaciones con fracciones	36
Tabla 5.11. Objetivos y elementos computacionales de la Tarea 3.1	37
Tabla 5.12. Objetivos y elementos computaciones de la Tarea 3.2	38
Tabla 5.13. Organizadores de tareas del módulo computacional operaciones con fracciones	40
Tabla 5.14. Elementos curriculares de evaluación del módulo computacional números enteros	41

Tabla 5.15. Objetivos y elementos computaciones de la Tarea 4.1	42
Tabla 5.16. Complemento de la Tabla 5.15 para la Tarea 4.2	43
Tabla 5.17. Organizadores de tareas del módulo computacional números enteros.....	46
Tabla 5.18. Elementos computacionales de evaluación del módulo computacional ecuaciones de grado 2	47
Tabla 5.19. Organizadores módulo computacional ecuaciones grado 2.....	50

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Enunciado de la Tarea 1.1	27
Figura 2. Enunciado de la Tarea 1.2	28
Figura 3. Enunciado de la Tarea 1.3	29
Figura 4. Enunciado de la Tarea 2.1	30
Figura 5. Enunciado de la Tarea 2.2	31
Figura 6. Enunciado de la Tarea 2.3	33
Figura 7. Enunciado de la Tarea 2.4	34
Figura 8. Enunciado de la Tarea 2.5	35
Figura 9. Enunciado de la Tarea 3.1	37
Figura 10. Enunciado de la Tarea 3.2	38
Figura 11. Enunciado de la Tarea 3.3	39
Figura 12. Enunciado de la Tarea 4.1	42
Figura 13. Enunciado de la Tarea 4.2	43
Figura 14. Enunciado de la Tarea 4.3	44
Figura 15. Enunciado de la Tarea 4.4	45
Figura 16. Enunciado de la Tarea 5.1	48
Figura 17. Enunciado de la Tarea 5.2	49
Figura 18. Enunciado de la Tarea 5.3	49
Figura 19. Enunciado Actividad A1 prueba mixta	52
Figura 20. Enunciado Actividad A2 prueba mixta	53
Figura 21. Enunciado Actividad B1 prueba mixta	54
Figura 22. Enunciado Actividad B2 prueba mixta	54
Figura 23. Tarea conectada de Fracciones (I)	66

Figura 24. Tarea conectada de Fracciones (II)	66
Figura 25. Actividad conectada de Fracciones	67
Figura 26. Tarea conectada de Ecuaciones grado 2	68

1. INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN

La educación secundaria obligatoria se presenta como una etapa de la vida estudiantil tras la cual los adolescentes deben decidir si incorporarse al mundo laboral, seguir con formaciones profesionales o continuar con estudios académicos. Sea cual sea la opción que los estudiantes elijan, los docentes deben asegurarse de que la formación que reciben esté adaptada a las necesidades del mundo laboral o académico hacia el que se dirige su alumnado.

El presente Trabajo Fin de Máster, en adelante TFM, pone en cuestión el papel actual del docente en secundaria, más en concreto el papel que juegan los profesores de matemáticas. Una de las materias del máster de profesorado, Procesos y Contextos Educativos, nos ha formado en la importancia de conocer el contexto, el punto de partida de los alumnos. Negroponete (1995) se expresaba en los siguientes términos: “cada generación será más digital que la precedente” (p. 231). Ante esta afirmación surgen las siguientes preguntas:

- ¿Cómo se aborda la digitalización de la sociedad en el aula de secundaria?
- ¿Es el profesor de matemáticas consciente de la influencia de su materia en la era digital?
- ¿Se está formando a los estudiantes para el futuro o se sigue mirando hacia el pasado?

Durante el periodo de prácticas docentes se ha podido constatar la introducción de nuevos elementos digitales en las aulas, desde grandes pantallas táctiles (que pretenden sustituir a las antiguas pizarras de tiza) hasta Chromebooks para el alumnado y los profesores, quedando obsoletos los libros de texto, los antiguos proyectores y los antiguos ordenadores de sobremesa de las aulas. También se ha podido percibir cómo la gran mayoría del profesorado se mostraba reacio al uso de las herramientas tecnológicas en el aula.

El presente trabajo pretende ayudar al profesorado de matemáticas en la inclusión de las herramientas digitales, en participar de esa correspondencia biunívoca que existe entre las matemáticas y la digitalización. Rouskoff (2011)

plantea la reflexión de si queremos educar a futuros ciudadanos y profesionales que sepan conducir a la tecnología, o a que sean conducidos por ella.

Una de las competencias clave de la LOMCE es la competencia digital. Dicha competencia incide en el uso seguro de las herramientas tecnológicas, en la importancia de no ser conducidos ni seducidos por ellas, sino al contrario. Para ello, se propone en el presente TFM desarrollar desde el aula el *pensamiento computacional*, a partir de ahora PC. Esta idea pretende aportar al alumnado una visión y utilidad alternativas de las herramientas que utiliza de forma cotidiana, en palabras de Kim, Chung y Yu (2013) que los dispositivos electrónicos pasen de ser una fuente de entretenimiento y canal de comunicación a ser aceleradores cognitivos en la solución crítica y creativa de problemas.

Estamos inmersos en un ecosistema digital, en el cual las tecnologías de la información y la comunicación son la infraestructura base para que el mundo funcione. Al igual que ocurre con el resto de los sectores productivos y de servicios, la tecnología tiene repercusión en la educación. No solo desde un punto de vista que asegure mejores resultados en el aprendizaje, sino de formación. Los profesionales del futuro no se pueden formar con las metodologías, las herramientas y las estrategias del pasado.

En la actualidad la asignatura encargada de abordar la programación en secundaria, tal y como se estudiará en el marco teórico, es Tecnología de la Información y de la Comunicación. Dicha asignatura se oferta como optativa, a partir del cuarto curso de educación secundaria. Surge así una de las preguntas que pretende abordar este TFM: ¿Está el currículo de secundaria contextualizando la realidad de los nativos digitales? La propuesta que realizamos se centra en la asignatura de Matemáticas, los vínculos entre la programación y las matemáticas permiten emplear los ordenadores, tablets, Chromebooks y demás herramientas tecnológicas, más allá de los navegadores de internet para la búsqueda de información o de los editores de texto. En este TFM se pretende no sólo dar a conocer applets existentes en la web, sino hacer de los propios estudiantes diseñadores y creadores de los recursos. Introducir al alumnado en el mundo de la programación de la mano de las matemáticas,

dotando así de utilidad y atractivo a una de las materias que más sufrimiento ha hecho padecer a los estudiantes, como dijo Puig Adams (1958):

La matemática ha constituido, tradicionalmente, la tortura de los escolares del mundo entero, y la humanidad ha tolerado esta tortura para sus hijos como un sufrimiento inevitable para adquirir un conocimiento necesario; pero la enseñanza no debe ser una tortura, no seremos buenos profesores si no procuramos, por todos los medios, transformar este sufrimiento en goce. Lo cual no significa ausencia de esfuerzo, sino, por el contrario, alumbramiento de estímulos.

Con la propuesta que se realiza se persigue estimular y motivar a la actual generación de adolescentes, mostrando, desde el rigor matemático, una aplicación de urgente necesidad para la sociedad actual: el pensamiento computacional.

Para trabajar con el pensamiento computacional en el aula de matemáticas, se ha necesitado realizar una proyección a lo largo de dos cursos, puesto que su impacto no se vería reflejado en una propuesta aislada de actuación en el aula. Es por ello, que este TFM se presenta como un proyecto centrado en actividades matemáticas que conforman una nueva línea de actuación cuya principal herramienta es el razonamiento algorítmico.

2. OBJETIVOS

El objetivo general que se persigue con este trabajo es plantear una propuesta de innovación docente basada en la formación académica recibida durante el curso. Para alcanzar dicho fin se plantean los siguientes objetivos específicos:

1. Combinar distintos aprendizajes y aportaciones procedentes de asignaturas del máster para elaborar un proyecto educativo innovador.
2. Aprovechar la experiencia adquirida en el periodo de prácticas docentes para proponer una solución a las principales dificultades que presentan los estudiantes en la asignatura de Matemáticas.
3. Comenzar a crear un material docente propio como complemento a los tan recorridos libros de texto.
4. Desarrollar, de forma tutorizada, una propuesta de innovación educativa que incluya la elaboración de nuevos contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables.

La principal aportación al conocimiento que se persigue con este TFM es proporcionar una guía de actuación docente para el aula de matemáticas, sustentada en el desarrollo del pensamiento computacional. Se actualizarán los contenidos y actividades de la asignatura de matemáticas que, mediante un aprendizaje significativo, preparen a los estudiantes con el rigor, el espíritu crítico y la formación necesaria para las ofertas laborales de la actualidad.

3. MARCO TEÓRICO

Los contenidos teóricos en los que se fundamenta este trabajo giran en torno a los siguientes ejes:

- El pensamiento computacional o razonamiento algorítmico.
- Situación del pensamiento computacional en el currículo de Educación Secundaria Obligatoria en las asignaturas de Matemáticas, Informática y Tecnología de la Información y de la Comunicación (TIC).
- La competencia digital en los libros de texto de secundaria.
- Análisis de instrucción para la propuesta.
- Estrategia metodológica del 1-2-4

Una vez enunciados los puntos del marco teórico, se procede al desarrollo y explicación de cada uno de ellos.

3.1 El pensamiento computacional: Nociones básicas

Según Llorens-Largo (2015) en la escuela no debemos formar únicamente en alfabetismo lingüístico y numérico, sino también en alfabetización digital. Pero, además, no debemos confundir la informática educativa con la educación en informática. Para Sierra-Rodríguez & García-Peñalvo (2015) hasta ahora los docentes han orientado y enfocado a los adolescentes a una educación informática reproductiva, es decir, los han formado como usuarios en determinadas herramientas informáticas. Pero, como todos los que vivimos en esta era digital hemos podido experimentar, un determinado lenguaje informático se queda obsoleto en un periodo cada vez más reducido de tiempo. Por lo tanto, sería más productivo y efectivo para nuestros adolescentes, prepararlos para enfrentarse a un mundo con una emergente demanda tecnológica e informática, instruirlos en las reglas que permiten conocer cómo se construye el lenguaje digital y dotarlos de esa capacidad que les permita crear las herramientas cognitivas necesarias para desarrollar sus propias aplicaciones software. Surge así, según García-Peñalvo (2016), Wing (2006, 2008) y Zapata-Ros (2015) el pensamiento computacional como paradigma de trabajo y la programación como herramienta para resolver problemas.

Sagredo, Miranda y León (2017) proponen la inclusión del pensamiento computacional como un mecanismo inteligente para el desarrollo de habilidades como la resolución de problemas, el pensamiento crítico, la creatividad, la innovación y la alfabetización digital, ya que hace uso de los conceptos fundamentales de la informática.

3.1.1 ¿Qué es el pensamiento computacional?

Algunas de las definiciones más aceptadas de pensamiento computacional han sido las dadas por Aho (2012) “El pensamiento computacional es el proceso que permite formular problemas de forma que sus soluciones pueden ser representadas como secuencias de instrucciones y algoritmos.” (p. 1). Y la dada por la Royal Society (2012):

El pensamiento computacional es el proceso de reconocimiento de aspectos de la informática en el mundo que nos rodea, y aplicar herramientas y técnicas de la informática para comprender y razonar sobre los sistemas y procesos tanto naturales como artificiales.

Tras estas dos definiciones, se puede considerar que el pensamiento computacional es una herramienta fundamental para trabajar los contenidos matemáticos. Los procedimientos que se abordan en el aula de secundaria siguen unas pautas, por ejemplo, el algoritmo de Euclides para la obtención del mínimo común múltiplo de dos números o el algoritmo que permite obtener una aproximación de la raíz cuadrada de un número real positivo. Es decir, se requiere de un razonamiento algorítmico y, por tanto, el pensamiento computacional, tal y como lo define Aho, es un potente mecanismo para alcanzar de forma significativa el aprendizaje deseado.

3.1.2 ¿Qué abarca el pensamiento computacional?

Para Grover y Pea (2013) los elementos constitutivos del pensamiento computacional son los que a continuación se enumeran:

- Procesamiento de la información
- Abstracción y descomposición de problemas
- Generalización de patrones
- Representación simbólica

- Secuenciación y nociones algorítmicas
- Pensamiento iterativo, recursivo y paralelo
- Lógica condicional
- Depuración y detección de errores

Al leer todos los elementos enumerados, es fácil llegar a la conclusión de que, si un alumno tiene desarrollado el pensamiento computacional, no le resultará complicado abordar los problemas que se propongan en el aula de matemáticas. Así, la propuesta que se realiza consiste en plantear actividades y ejercicios, previos a los problemas, que aborden varios de los puntos mencionados anteriormente.

3.1.3 El pensamiento computacional y las competencias clave

A continuación, se detalla la contribución del PC en la adquisición de algunas de las competencias clave que marca la LOMCE:

Competencia en comunicación lingüística. Tanto en el procesamiento de la información como en la elaboración de diagramas de flujo, se requiere precisión en el lenguaje. En los inicios académicos con el PC se requiere de trabajo entre iguales, para lograr vencer el salto de abstracción que se plantea como reto.

Competencia matemática y competencia básicas en ciencia y tecnología. Tal y como se ha explicado en el subapartado anterior, el PC contribuye de forma significativa en la resolución de problemas de la vida cotidiana. Por otro lado, la vinculación directa entre el PC y los lenguajes de programación permite dar una respuesta eficiente ante la competencia tecnológica.

Competencia digital. Uno de los principales objetivos que se plantean en este TFM es el de mostrar al alumnado un uso alternativo de las herramientas tecnológicas de las que dispone. Desde el PC y su posterior aplicación en programación, se ofrece a los estudiantes la posibilidad de producir sus propios applets.

Aprender a aprender. El PC forma al alumnado en la depuración y detección de errores, persistiendo en el aprendizaje.

Competencias sociales y cívicas. Mencionan Compañ, Satorre, Llorens y Molina (2015). que cuando más se aprende acerca de una materia es cuando se le explica a otra persona. Además, añaden:

Cuando el alumno está diseñando un algoritmo, en realidad, le está enseñando a otro compañero “más torpe” (el ordenador, cuyas posibilidades de entendimientos son nulas) cómo realizar una tarea concreta, lo que implica la comprensión por parte del alumno de lo que intenta explicar, puesto que no se pueden transmitir conocimientos si no se posee el suficiente dominio de los mismos. (p.7)

Siguiendo la idea de las autoras, el PC dota a los estudiantes de una mayor tolerancia ante la frustración y de una necesaria comunicación entre iguales para comprobar la eficiencia y la limitación de sus propios rendimientos.

Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor. La planificación y la creatividad forman parte de la abstracción y generalización de las actividades que se proponen en para trabajar desde el aula el PC.

3.1.4 ¿Cómo se puede trabajar y potenciar el pensamiento computacional?

La manera más natural y común de poner en desarrollo esta nueva habilidad computacional es mediante dispositivos digitales que nos permitan llevar a la práctica las instrucciones algorítmicas a través de la programación. Sin embargo, hay estudios y experimentos que revelan que este razonamiento también se puede potenciar, aunque de manera menos eficiente, sin el empleo de computadoras. A las actividades que persiguen el desarrollo del pensamiento computacional y que se realizan sin el uso de dispositivos digitales se les denomina actividades desconectadas o unplugged.

A modo de conclusión, se incide en la siguiente idea: los sistemas educativos deberían preparar a los estudiantes en la adquisición de esta nueva competencia del razonamiento algorítmico y así también evitar que surjan analfabetos digitales en un mundo constituido cada vez más por nativos digitales.

3.2. El pensamiento computacional en el currículo de secundaria

A continuación, se analizan los contenidos y referencias que la LOMCE hace acerca del pensamiento computacional.

Recorriendo el currículo de secundaria y bachillerato, en ningún momento aparece contemplada esta competencia de manera literal. Tras el desarrollo del anterior apartado, podríamos asociarla a determinados conceptos o habilidades relacionadas con esta. El más común, el término *programación*, solamente aparece tras la etapa de secundaria. Es en bachillerato, o a lo sumo en una optativa de 4º de ESO orientada a la posterior incorporación del alumnado a una Formación Profesional Media, donde se atisban ciertas referencias a este tipo de contenidos.

A continuación, se presentan tres tablas que recogen la información de los currículos de educación secundaria y bachillerato referente a los lenguajes de programación.

Tabla 3.1. Extracto del currículo Tecnología 4º ESO. Fuente: Elaboración propia basa en la LOMCE

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Conceptos básicos e introducción a los lenguajes de programación .	Elaborar sencillos programas informáticos .	Desarrolla un sencillo programa informático para resolver problemas utilizando un lenguaje de programación .

Como se ha observa en la tabla 3.1, salvo aquellos alumnos que hayan optado por un itinerario aplicado y, además, estén matriculados en la asignatura de tecnología, los estudiantes superarían la etapa obligatoria de educación secundaria sin haber abordado el desarrollo del pensamiento computacional.

La situación en el currículo de bachillerato es similar, tal y como refleja la tabla 3.2, en bachillerato se consideran optativos los conocimientos relacionados con la programación. La asignatura de TIC (Tecnología de la Información y la

Comunicación) no es obligatoria ni tan siquiera para aquellos estudiantes que se plantean estudios universitarios relacionados con el campo de la ingeniería.

Tabla 3.2. Extracto del currículo Tecnología de la Información y de la Comunicación 1º y 2º Bachillerato. Fuente: Elaboración propia basada en la LOMCE

Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
2. Analizar y resolver problemas de tratamiento de información dividiéndolos en subproblemas y definiendo algoritmos que los resuelven.	2.1. Escribe programas que incluyan bucles de programación para solucionar problemas que impliquen la división del conjunto en partes más pequeñas.
3. Analizar la estructura de programas informáticos , identificando y relacionando los elementos propios del lenguaje de programación utilizado.	3.1. Obtiene el resultado de seguir un pequeño programa escrito en un código determinado, partiendo de determinadas condiciones.
4. Conocer y comprender la sintaxis y la semántica de las construcciones básicas de un lenguaje de programación .	4.1. Define qué se entiende por sintaxis de un lenguaje de programación proponiendo ejemplos concretos de un lenguaje determinado.
5. Realizar pequeños programas de aplicación en un lenguaje de programación determinado aplicándolos a la solución de problemas reales .	5.1. Realiza programas de aplicación sencillos en un lenguaje determinado que solucionen problemas de la vida real.
6. Depurar programas informáticos optimizándolos para su aplicación	6.1. Optimiza el código de un programa dado aplicando procedimientos de depuración.

Es cierto que, al igual que en Matemáticas de primero de bachillerato, en la asignatura de Matemáticas de 1º y 2º de ESO se hacen mínimas alusiones al trato de esta competencia bajo el término de “algoritmo”. Es decir, en primero de bachillerato existe un estándar de aprendizaje evaluable, en el bloque 2 (números y álgebra), que menciona lo siguiente: “1.2. Realiza operaciones numéricas con eficacia, empleando cálculo mental, algoritmos de lápiz y papel, calculadora o herramientas informáticas.

En 1º y 2º de ESO, por otro lado, el currículo básico de Matemáticas establece el siguiente estándar de aprendizaje para el bloque 2 (números y álgebra): “Identifica y calcula el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de dos o más números naturales mediante el algoritmo adecuado y lo aplica a problemas contextualizados.”

Además, si se indaga en el bloque 1 de esta última materia, veremos que la única alusión más cercana que recibe la competencia computacional es a través del uso de los medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje con la finalidad de:

- a. La recogida ordenada y la organización de datos;
- b. La elaboración y creación de representaciones gráficas de datos numéricos, funcionales o estadísticos;
- c. Facilitar la comprensión de propiedades geométricas o funcionales y la realización de cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico;
- d. El diseño de simulaciones y la elaboración de predicciones sobre situaciones matemáticas diversas;
- e. La elaboración de informes y documentos sobre los procesos llevados a cabo y los resultados y conclusiones obtenidos;
- f. Comunicar y compartir, en entornos apropiados, la información y las ideas matemáticas.

Se observa que no se hace mención de la programación, es más, todos los apartados anteriores procedentes del bloque 1 hacen solamente alusión a la competencia digital pero no al pensamiento computacional o algorítmico.

Es por ello que se debe detectar y anunciar este atraso curricular. El correcto uso de las nuevas tecnologías es un aspecto muy importante a tratar en nuestros días, pero hacer conocedores y expertos a los adolescentes simplemente de una eficaz empleabilidad en un sector reducido de software, con unas finalidades muy concretas, los convierte en esclavos de un universo digital mucho más amplio. Es fundamental dotarlos de creatividad y fomentar en ellos la capacidad de hacerles libres y autónomos para construir sus herramientas tecnológicas y digitales, que puedan atender a sus propios intereses y necesidades.

3.3. La competencia digital en los libros de texto de matemáticas

Durante el periodo de prácticas docentes del máster se ha percibido el arraigo que gran parte de profesores tienen al libro de texto. En ocasiones, se podía percibir cierta dependencia de esta herramienta que viene fijada desde comienzo de curso en la programación anual.

Se ha observado cómo muchas de las actividades y exámenes han sido extraídas de libros de años anteriores. Este hecho suscitó curiosidad y se decidió analizar los contenidos que ofertan las distintas editoriales disponibles en el departamento del centro en el que se realizaron las prácticas docentes del máster.

El análisis que se realizará a continuación servirá para justificar la propuesta de innovación que se plantea en el TFM. Antes de presentar el estudio realizado, se considera necesaria una reflexión sobre el concepto de libro de texto.

Según Choppin (1980) el libro de texto es un “apoyo del saber” y a la vez “impone una distribución y jerarquía y contribuye a forjar los andamios intelectuales tanto de alumnos como de profesores”. Lo cataloga de “instrumento de poder”, puesto que considera que “contribuye a la uniformización lingüística de la disciplina, la nivelación cultural y a la propagación de las ideas dominantes”.

Con la definición de Choppin, queda patente la imposición de distribución y jerarquía de los contenidos. Una distribución que la ley no impone, los contenidos en la LOMCE aparecen presentados por bloques, pero no se indica ni su temporalización ni se muestra cómo deben ser abordados por el profesorado en el aula.

Por otro lado, no se debe dejar pasar por alto “la propagación de las ideas dominantes” que menciona el autor.

A continuación, se muestra una breve investigación sobre los fundadores de las principales editoriales de texto de España:

- Editorial SM (Santa María), fundada por la congregación de los marianistas en 1937.
- Editorial Bruño, su fundador fue San Juan Bautista de La Salle, fundador del Instituto de los Hermanos de las Escuelas Cristianas y Patrono de los Educadores Cristianos.
- Editorial Santillana, fundada por Jesús Polanco, miembro del frente de juventudes (profranquistas que apoyaron el golpe de estado contra la segunda república). En la actualidad esta editorial pertenece al grupo PRISA.

- Editorial Anaya, en manos del grupo Lãgardere. Grupo vinculado a la venta armamentística y a los medios de comunicación.
- Editorial Vicens Vives. Su fundador, Jaume Vicens Vives, se mostró próximo al Opus Dei y recibió apoyo político durante la dictadura franquista.

El estado español es aconfesional. Así que conviene revisar, cuanto menos, cuestionar las distintas procedencias de las principales editoriales que, en palabras de Choppin “propagan ideas dominantes” durante la etapa académica de jóvenes y adolescentes en pleno desarrollo de su integridad como personas críticas.

Por otro lado, para Torres Santomé (1994) los requisitos para aprobar una determinada asignatura están contenidos en los libros de texto. Siguiendo esta línea, cabe preguntarse si es posible aprobar la asignatura de matemáticas sin conocer las aplicaciones que de ésta requiere la sociedad actual. Por ello planteamos un análisis sobre cómo abordan los libros de texto de matemáticas la competencia digital y tecnológica.

3.3.1. La competencia digital y tecnológica en los libros de texto de matemáticas.

Para realizar este estudio nos centraremos en los libros de 1º y 2º de ESO, por ser estos cursos los relacionados con la propuesta de innovación que se plantea en el presente trabajo.

Los libros seleccionados para el estudio son los siguientes:

- Matemáticas 1º ESO, Editorial Oxford Educación. 2002
- Vector 1º ESO, Editorial Vicens Vives. 2007
- Pitágoras Matemáticas 1º ESO, Editorial SM. 2010
- Matemáticas 1º ESO, Editorial Santillana. 2015
- Matemáticas 1º ESO, Editorial Bruño. 2015
- Matemáticas 2º ESO, Editorial Oxford Educación. 2003
- Fractal 2º ESO, Editorial Vicens Vives. 1997
- Matemáticas 2º ESO, Editorial Santillana. 2016
- Matemáticas 2º ESO, Editorial Santillana. 2011
- Matemáticas 2º ESO, Editorial Bruño. 2016

- Matemáticas 2º ESO, Editorial Anaya. 2003

El análisis de los libros de texto de matemáticas del primer curso de la educación secundaria obligatoria se recoge en la tabla 3.3.

Tabla 3.3. La competencia digital en libros de texto de 1º ESO de matemáticas. Fuente: Elaboración propia basada en la LOMCE

Año	Editorial	Contribución a la competencia digital
2002	Oxford Educación	-Recuadros explicando cómo usar la calculadora y ejercicios específicos para el uso de ésta.
2007	Vicen Vives	-En primer anexo (página 239 a 257) se explican los programas Derive, Excel y Cabri. Aparecen ejercicios para practicar.
2010	SM	-En cada unidad didáctica se ofrece la posibilidad de acceder mediante un enlace a páginas de internet donde explican los contenidos y aparecen ejemplos de los mismos. Librosvivos.net -En las últimas páginas (261 a 269) se dedica un capítulo, Matemáquinas, al uso de la calculadora, el programa WIRIS, representación de funciones con GeoGebra y gráficos con Excel.
2015	Santillana	-En cada unidad didáctica aparecen en los márgenes de algunas páginas alusiones al uso de la calculadora.
2015	Bruño	-Tras cada unidad didáctica dedican dos páginas a repasar los contenidos matemáticos con el uso de programas como WIRIS, GeoGebra y hojas de cálculo.

De la información recogida en la tabla 3.3 se observa cómo desde el año 2007 al año 2015 no ha habido evolución. Hay editoriales como Santillana (2015) que simplemente dedican pequeños apartados al uso de la calculadora.

En cuanto a los libros de 2º de ESO, de la tabla 3.4, se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- La editorial Santillana se encuentra a la zaga en lo que se refiere al trato de la competencia digital en el aula de matemáticas.
- Hasta el año 2003 no se comienza a hablar del uso de calculadoras.
- No es hasta hace escasos cuatro años cuando se comienzan a utilizar programas informáticos especializados en matemáticas.
- La mayoría de los programas utilizados son empleados, a lo sumo, como calculadoras gráficas.

Tabla 3.4. La competencia digital en los libros de texto de matemáticas de 2º ESO. Fuente: Elaboración propia basada en la LOMCE

Año	Editorial	Contribución a la competencia digital
1997	Vicen Vives	No se hace mención de ningún tipo de herramienta digital. No se menciona la calculadora. La estadística se trabaja sin mencionar hojas de cálculo.
2003	Anaya	No se hace mención de ningún tipo de herramienta digital. No se menciona la calculadora. La estadística se trabaja sin mencionar hojas de cálculo.
2003	Oxford Educación	Recuadros explicando cómo usar la calculadora y ejercicios específicos para el uso de ésta.
2011	Santillana	No se hace mención de ningún tipo de herramienta digital. No se menciona la calculadora. La estadística se trabaja sin mencionar hojas de cálculo.
2016	Santillana	En cada unidad didáctica aparecen en los márgenes de algunas páginas alusiones al uso de la calculadora.
2016	Bruño	Tras cada unidad didáctica dedican dos páginas a repasar los contenidos matemáticos con el uso de programas como WIRIS, GeoGebra y hojas de cálculo.

La realidad de los libros de texto es que se centran más en la cantidad de los contenidos que en cómo se deben enseñar y aprender dichos contenidos. El Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado (INTEF, 2015), asegura que las “TIC condicionan ciertos tipos de sinapsis neuronales que se manifiestan en maneras diferentes de procesar la información, relacionarse y aprender”. Es por ello que muchos autores aseguran la existencia no solo de una brecha digital entre generaciones, sino de una brecha cerebral entre los adolescentes de hoy y sus antecesores.

Tras este análisis se puede concluir que la educación matemática en la actualidad necesita una reestructuración. Se precisan nuevos enfoques que permitan preparar a los estudiantes para el presente, para el futuro próximo. Obviar la evolución hará que las sociedades futuras queden desfasadas ante los avances tecnológicos. Necesitamos estudiantes adaptados a la actual sociedad del conocimiento.

3.4. Análisis de instrucción para la propuesta

La propuesta que se realizará en este TFM llega en gran parte motivada por los tres puntos anteriormente tratados en el marco teórico. Es por ello, que se crearán y propondrán unas nuevas tareas que responderán a la necesidad de incluir el PC, respetando todo el estudio y planificación establecida en este TFM. Para ello, será necesario tomar apoyo en unos *organizadores* que aportarán información para enfocar la tarea de la mejor manera posible. A partir de ahora, será común que se haga referencia a estas nuevas tareas a través de la denominación de actividad computacional.

Un organizador se entiende como una variedad del conocimiento didáctico sobre el cual se articula el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas para las matemáticas escolares (Rico, 1997).

A continuación, se detallarán los organizadores que se van a emplear en los análisis de instrucción de cada tarea incluida en la propuesta del TFM:

- **Tipo de actividad computacional:** Podrá ser de dos tipos: conectada o desconectada (unplugged). Además, se podrá clasificar a su vez en dos subtipos: guiadas o de creación del algoritmo.
- **Función:** La clasificación de estas actividades según la función que desempeñen se establecerá de la siguiente forma:
 - Que tienen como fin ayudar a conocer los aprendizajes previos realizados por el alumnado. (F1)
 - Que fomentan la interrogación y el cuestionamiento. (F2)
 - De elaboración y construcción de significados. (F3)
 - De ejercitación. (F4)
 - De síntesis. (F5)
- **Dificultad:** El grado de complejidad de las tareas se considera en términos de las demandas cognitivas que se plantean los escolares al enfrentarlos a ellas. Así, se agrupan en tres niveles de dificultad: *reproductivas, conexión y reflexión* (Lupiáñez, 2005), dándose un carácter progresivo entre estos tres grupos o niveles.
- **Agrupamiento:** Podrá organizarse de manera individual, en parejas, en pequeño grupo, en gran grupo, etc. Con frecuencia se empleará una

técnica similar a la conocida estrategia metodológica del 1-2-4, a la que se dedicará un apartado, a continuación, dentro del marco teórico.

- **Tiempo:** Se indicará la duración aproximada en minutos que supondría llevar a la práctica la actividad computacional.

3.5. Variación de la estrategia metodológica del 1-2-4.

Gratacós (2010) manifiesta que la organización del aula a través de un trabajo cooperativo o grupal da la bienvenida a la inclusión en la multiculturalidad y a la construcción colectiva del conocimiento. De entre las numerosas técnicas cooperativas existentes resumidas por Pujolàs (2008), en los módulos de trabajo que posteriormente se definirán, se trabajará habitualmente empleando una técnica metodológica similar a la del 1-2-4.

Según Fragueiro, Muñoz y Soto (2012) la estrategia original, a rasgos generales, consiste en lo siguiente:

- Se crean grupos cooperativos homogéneos de 4 miembros, atendiendo a las diferencias étnicas, resultados académicos, rendimiento escolar en el aula, rasgos colaborativos, sexo, nivel socio - económico... De esta forma, sería conveniente que estos equipos estén constituidos de una persona de características o rasgos favorables, otra de más desfavorables y dos personas de capacidad y características medias.
- Se comienza trabajando de manera individual. Cada estudiante debe enfrentarse de manera solitaria a una determinada actividad propuesta en el aula.
- Posteriormente, se agrupan de 2 en 2 para contrastar el trabajo realizado de manera individual. Cada componente aporta sus ideas y conocimientos para completar la actividad en cuestión.
- Finalmente, se procede de la misma manera que en el paso anterior, se agrupan dos parejas para confrontar la tarea, perfeccionarla y concluirla, esta vez debatiendo entre los 4 miembros del equipo desde la perspectiva creada por las dos parejas.

Los módulos de trabajo que se presentarán en la propuesta de este TFM están conformados por varias tareas. La técnica metodológica que se llevará a cabo

para abordarlos será muy parecida a la 1-2-4, en cuanto a la manera de agrupar al alumnado. La variación a esta conocida estrategia se hallará en la aplicación a la tarea. En este caso no se trabajará en torno a una única cuestión o actividad, sino que se aplicarán los diferentes agrupamientos al módulo de trabajo en sí. Esto quiere decir que las diferentes tareas que lo forman serán tratadas, unas de manera individual, otras en parejas y otras mediante grupos de 4 personas.

4. ESTADO DE LA CUESTIÓN

En noviembre de 2018 el Ministerio de Educación y Formación Profesional coordinado con el Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y Formación del Profesorado (INTEF), inauguró la Escuela de Pensamiento Computacional. Dicha escuela cuenta con el respaldo de las comunidades autónomas. Las consejerías y departamentos de educación están trabajando en el Plan de Transformación Educativa, cuya filosofía está basada en “potenciar el pensamiento computacional, la programación y la robótica”. Esta escuela está cimentada sobre el Digital Education Action Plan Europeo.

En el I Congreso Internacional de Innovación y Tendencias Educativas INNTED 2017, no se plantea la programación como un fin, sino como una herramienta que se debe incluir en el resto de las asignaturas. Así ofrecen los siguientes datos sobre países que ya han comenzado a introducir esta herramienta en sus aulas.

- En el curso 2017/2018, Finlandia implantó la programación como una asignatura del currículo de primaria y secundaria.
- Desde el 2013 en Estonia se trabaja la programación en las aulas de primaria.
- Reino Unido, es el país que lleva más tiempo incorporando lenguajes de programación en primaria y secundaria.
- En España, gracias al proyecto Código21, la comunidad foral de Navarra cuenta con 90 centros (colegios e institutos) donde se estudian lenguajes de programación. En 30 de ellos se trabaja también la robótica educativa.

Tal y como reflejan los datos, esta nueva herramienta o asignatura es de reciente implantación. En la mayoría de los casos se ha comenzado a implantar en primaria, limitando la presencia del pensamiento computacional en la educación secundaria a la optatividad de asignaturas como informática o tecnología en cursos superiores a 3º de ESO.

Con respecto a la vinculación de las matemáticas escolares y el pensamiento computacional existe un proyecto del University College London financiado por

Education Endowment Foundation. Dicho proyecto lleva por nombre “Scratch Math” y desde 2016 persigue mejorar el aprendizaje de los estudiantes de matemáticas del Reino Unido.

Los datos oficiales más recientes, respecto al tema central del TFM, los ofrece el informe *After the reboot computing education in UK schools* recogido por INTEF (2018). De ahí se puede extraer lo siguiente:

- De 2012 a 2017, Inglaterra no logró su objetivo de contratación de docentes en programación. Solo alcanzó el 68% de lo esperado.
- Desde 2005, Escocia ha sufrido un descenso del 25% en la plantilla de profesores de programación.
- El 44% de los docentes de educación secundaria solo son capaces de trabajar el pensamiento computacional en el primer ciclo de la etapa, considerando serias dificultades para llevarlo a cabo en etapas superiores.
- En Reino Unido, determinados centros de secundaria, se ofrece el Certificado General de Educación Secundaria (GCSE) en Programación.

No se han encontrado experiencias ni proyectos de unidades didácticas que integren la asignatura de matemáticas y el pensamiento computacional.

5. PROPUESTA DE INNOVACIÓN

El presente TFM se centrará en los dos primeros cursos de la educación secundaria obligatoria y tratará el desarrollo del pensamiento computacional para entender mejor la asignatura de Matemáticas en ambos cursos.

5.1 Poda curricular y redistribución de los elementos curriculares

Hay que tener en cuenta que el currículo básico de Matemáticas propone unos contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables dirigidos a la vez a 1º y 2º ESO, es decir, la ley educativa, de esta manera, otorga total libertad a la hora de programar esta materia en estos dos cursos considerándolos en un mismo “paquete”.

El paso a dar de la educación obligatoria primaria a la secundaria supone un salto considerable en el nivel de abstracción que el alumnado debe comenzar adquiriendo en su nueva etapa educativa. Esta complejidad se encuentra principalmente en asignaturas como Matemáticas, que refuerzan el pensamiento formal y lógico de los estudiantes y poco a poco irán desarrollando, además, el pensamiento crítico y abstracto.

Como futuros docentes especializados en matemática, somos conscientes de que es a partir del primer curso de secundaria cuando se comienza a trabajar con números y aritmética de una manera mucho más amplia (nuevos conjuntos de números, operaciones, jerarquía, divisibilidad...), por primera vez hablamos de nociones correspondientes al álgebra (variable, incógnita, monomio, polinomio, ecuación lineal...), mencionamos la palabra “teorema” (para referirnos al de Pitágoras, Tales...) y también llamamos por primera vez a las puertas del análisis o de la estadística.

Será muy decisiva, para cursos posteriores, una acertada distribución de los conceptos y procedimientos que el currículo marca impartir en estos dos primeros cursos, ya que supondrán la base matemática y científica para el resto. Si hiciésemos un estudio exhaustivo del currículo de la asignatura de Matemáticas, o de otras pertenecientes al área de la ciencia, sería muy probable llegar a la siguiente conclusión: **la aritmética y el álgebra** son los cimientos y pilares de los que se sustentan el resto de las asignaturas de matemáticas y

ciencias que se imparten en secundaria y bachillerato. Ambas ramas, recogidas en el currículo de 1º y 2º de la ESO en un único bloque (números y álgebra), suponen una base fundamental para poder seguir construyendo conocimiento matemático. Se podrá distinguir entre una **matemática** más **técnica, teórica o de base** y otra **matemática** más **aplicada**.

Por otro lado, el bloque de números y álgebra es muy amplio. Aunque se destine su organización y distribución a dos cursos, debemos considerar el elevado salto de abstracción que tendrá lugar y ser conscientes del limitado espacio temporal del que se dispone para distribuir las sesiones a llevar a cabo.

Si se atiende de nuevo a la distribución “estándar” que la mayoría de los libros de texto realiza para organizar el contenido del currículo de matemáticas, se podría observar una gran similitud entre las unidades didácticas que estos preparan para primero y para segundo curso. El error es pensar que estos libros poseen la verdad absoluta, en este caso, que son la única distribución válida y de garantía que se puede llevar al aula. De esta forma se crea una ceguera que convierte a un determinado libro de texto en el auténtico currículo de matemáticas o al menos en el mejor aval, transmisor del mismo. Es común encontrar profesores de matemáticas agobiados porque no les va a dar tiempo a terminar de impartir todos los temas del libro de texto que siguen. Se suele cometer, por tanto, la falta grave de intentar verter sobre el alumnado todos los conocimientos que va dictando el libro, de manera explícita y abusiva, como si los adolescentes se tratasen de meros contenedores con capacidad para retener e interiorizar tal abundante información carente de sentido y motivación para ellos.

Apartando los libros de texto a un lado y retomando de nuevo el currículo original de matemáticas, habría que hacer uso de la profesionalidad docente y precisar de los contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje más adecuados para crear una programación didáctica eficaz, realista y factible, para cada uno de estos dos primeros cursos de la ESO, tan decisivos a largo plazo. Esta iniciativa la identificamos como la puesta en marcha de una **poda curricular**.

Tras llevar a cabo la poda y quedarnos con los conceptos y procedimientos que conformarán las programaciones didácticas de Matemáticas de primer y segundo curso de la ESO, el siguiente paso será el planteamiento de la distribución de los conocimientos a impartir. El principal objetivo durante el primer curso será dotar de una buena base aritmética y algebraica (matemática más técnica) a las matemáticas escolares y posteriormente en el segundo curso consolidar dicha base y aplicar lo aprendido en los bloques de geometría y estadística (saber aplicar las matemáticas aprendidas).

En este TFM se propone la distribución justificada que aparece en la tabla 5.1, de las asignaturas de Matemáticas de primero y segundo de la ESO, atendiendo al marco teórico y a la propuesta anteriormente expuesta. En la primera columna de la tabla aparece indicada la evaluación (EV) en la que se enmarcan los contenidos de las asignaturas de 1º y 2º de ESO.

Tabla 5.1. Reestructuración de los contenidos curriculares de Matemáticas. Fuente: Elaboración propia basada en la LOMCE

	1º ESO	2º ESO
1ª EV	<ul style="list-style-type: none"> Números naturales. Divisibilidad. Números enteros. Fracciones. Decimales. Porcentajes. 	<ul style="list-style-type: none"> Números y Aritmética. Álgebra.
2ª EV	<ul style="list-style-type: none"> Potencias. Raíces cuadradas exactas. Introducción al álgebra. Polinomios. Operaciones con polinomios. Ecuaciones de primer grado I. 	<ul style="list-style-type: none"> Proporcionalidad numérica. Proporcionalidad geométrica. Teorema de Tales. Triángulos semejantes. Estadística I. Conceptos básicos. Tablas de frecuencias. Diagramas de representación.
3ª EV	<ul style="list-style-type: none"> Ecuaciones de primer grado II. (Con paréntesis y denominadores) Coordenadas cartesianas. Introducción a las funciones. Funciones lineales. Sistemas de ecuaciones lineales. 	<ul style="list-style-type: none"> Estadística II. Parámetros de centralización y de dispersión. Ecuaciones de 2º grado. Teorema de Pitágoras y sus aplicaciones. Áreas y perímetros de figuras planas.

En primero de la ESO, en Matemáticas, se comenzará con una continuidad de lo aprendido por el alumnado en la etapa anterior de primaria. Se incidirá en la jerarquía operacional y se profundizará en conceptos y procedimientos de divisibilidad. Se presentarán dos nuevos conjuntos de números junto con las

operaciones usuales ya conocidas anteriormente y algunas otras novedosas. Se hará gran énfasis en las operaciones con fracciones, así como en la correspondencia biunívoca entre una fracción y un número decimal, y relacionando estos dos a su vez con los porcentajes y posteriormente en el segundo curso con la proporcionalidad numérica.

Tras conseguir una base sólida en el estudio de estos conjuntos de números y su aritmética, se procederá, en 1º ESO, a dar la bienvenida al álgebra. Se dedicará una extensa unidad didáctica al álgebra básica, haciendo hincapié en el lenguaje algebraico y se comenzará a trabajar y a operar con expresiones algebraicas, primero en forma de monomios y después de polinomios. Una vez introducida y consolidada esta parte, de cierta dificultad y abstracción, ya estaremos en condiciones de plantear y resolver ecuaciones de primer grado. El último trimestre de este primer curso se destinará al estudio y práctica de los ejes y coordenadas cartesianos, a la iniciación de las funciones, dadas en forma gráfica y a través de su expresión algebraica en el caso de las funciones lineales, para posteriormente comenzar a abordar los sistemas de ecuaciones lineales y de esta forma tener consciencia de la vinculación existente entre ecuación lineal, función lineal y recta, a la hora de resolver estos sistemas por el método gráfico.

Se comenzará el segundo curso con un trimestre de repaso y consolidación al bloque de números y álgebra.

A partir del segundo trimestre, ganarán un mayor protagonismo las matemáticas aplicadas, es decir, se utilizarán los conocimientos adquiridos en aritmética y álgebra para seguir construyendo conocimiento matemático en el desarrollo de unidades didácticas como son: proporcionalidad numérica o geométrica, aplicaciones del teorema de Tales en triángulos semejantes y estadística. En el último trimestre se retomará el álgebra para abordar la unidad didáctica de ecuaciones de segundo grado y posteriormente poder aplicar el teorema de Pitágoras, en la última unidad, a la hora de resolver problemas de cálculos de áreas y perímetros de figuras planas.

5.2 Inclusión del pensamiento computacional en Matemáticas.

Se introducirán contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje, elaborados y diseñados en exclusividad para implantar el desarrollo

del pensamiento computacional en la etapa de educación secundaria obligatoria. Así, a lo largo de la propuesta, se hablará mencionaran estos elementos curriculares, añadiendo el distintivo **computacional**.

Ahora, se está en condiciones de elaborar una transposición didáctica en la cual se deje cabida a unas sesiones dedicadas al razonamiento algorítmico. Para de esta forma, buscar una solución a las dificultades que presentan los estudiantes en la adquisición e interiorización de los conceptos y procedimientos matemáticos.

Este trabajo se irá incluyendo de forma gradual en cada programación didáctica de curso. Para lograr el éxito en el impacto de esta propuesta, es aconsejable dar la bienvenida al pensamiento computacional de manera progresiva y pautada. Conviene señalar que este proyecto no supone una receta mágica que resuelva las dificultades de los estudiantes de matemáticas de manera inmediata, como tampoco es un sustituto del currículo actual de esta materia. Se pretende implantar una herramienta didáctica que vincule lo que se ha venido haciendo hasta ahora en el aula de matemáticas con el trabajo de determinados proyectos denominados en las siguientes páginas como **módulos computacionales**. De esta forma, con el paso del tiempo el pensamiento algorítmico se irá insertando en todas las unidades didácticas y se irá vislumbrando una metodología cada vez más actualizada para impartir la asignatura de Matemáticas, en la cual se trabaje y desarrolle este emergente razonamiento.

5.3. Módulos computacionales en 1º de la ESO

Durante el primer curso, las principales actividades que se llevarán a cabo para abordar el pensamiento computacional serán de tipo desconectado. Se pretenderá dar al alumnado una introducción progresiva y amena al razonamiento algorítmico. Además, se combinará y complementará éste con applets que guarden relación con la temática que se esté tratando.

Debido a la redistribución del currículo que se ha propuesto en el primer apartado de este capítulo, los temas a tratar en la primera evaluación de este curso son: Números naturales y divisibilidad; Números enteros; Fracciones. Números decimales. Porcentajes. En este proyecto nos centramos en los

conceptos de **divisibilidad y de operaciones con fracciones**. Estos formarán el primer y segundo módulo computacional a tratar en este primer curso.

5.3.1 Módulo computacional de divisibilidad I (1º ESO)

El primer módulo computacional, formado por tres actividades, está diseñado para trabajar el contenido curricular “criterios de divisibilidad”. Éste contenido aparece en el bloque 2 del currículo de matemáticas, números y álgebra. Se muestra en la Tabla 5.2 el criterio de evaluación vinculado a dicho contenido, así como su correspondiente estándar de aprendizaje evaluable.

Tabla 5.2. Elementos de evaluación curriculares del módulo computacional divisibilidad I. Fuente: Elaboración propia basada en la LOMCE.

Contenido: Múltiplos y divisores comunes a dos números	
Criterio de Evaluación:	Estándar de Aprendizaje Evaluable:
Conocer y utilizar propiedades y nuevos significados de los números en contextos de paridad y divisibilidad, mejorando así la comprensión del concepto y de los tipos de números	Identifica y calcula el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de dos o más números naturales mediante el algoritmo adecuado (y lo aplica a problemas contextualizados).

El módulo comienza con la Tarea 1.1 enunciada en la Figura 1. Se propone como una actividad individual que permite introducir, antes de la explicación, el concepto de divisibilidad. Es decir, mediante la experimentación el alumno intuye el contenido que posteriormente el docente explicará durante la sesión.

Los objetivos, contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables del ámbito computacional asociados a la Tarea 1.1 se presentan en la Tabla 5.3.

Tabla 5.3. Objetivos y elementos computacionales de la Tarea 1.1. Fuente: Elaboración propia

Objetivos	Contenidos	Criterios de Evaluación	Estándares de Aprendizaje
O1. Promover el correcto uso de la calculadora para determinar si un número es divisor de otro o no.	C1. Iniciación a la expresión de instrucciones.	CE 1. Reconocer y expresar instrucciones de manera ordenada	EA 1. Reconoce y expresa instrucciones de manera
O2. Introducir el pensamiento algorítmico.	C2. Estructuras de control condicionales.	y pautada	ordenada y pautada.

Para realizar esta actividad dispones de una calculadora.

Responde a las siguientes preguntas:

- i. Determina si 3456 es divisible por 2
- ii. Determina si 3456 es divisible por 3
- iii. Determina si 3456 es divisible por 5
- iv. Describe con tus palabras cómo has realizado los apartados anteriores.
- v. Completa los espacios con los términos: natural o decimal.

1. Introducir el número 3456 en la calculadora

2. Pulsar la tecla 

3. Introducir el número 2

4. Observar el resultado obtenido,

- a. Si el valor obtenido es _____, se puede asegurar que el número 3456 es divisible por 2
- b. Si el valor obtenido es _____, se puede asegurar que el número 3456 **no** es divisible por 2

- vi. Copia la tabla anterior para describir los pasos que debes seguir para determinar si el número 56797 es divisible por 3 o no lo es.

Figura 1. Enunciado de la Tarea 1.1. Fuente: Elaboración propia.

La Tarea 1.2, Figura 2, es la segunda actividad que se plantea para trabajar los criterios de divisibilidad. Se realizará por parejas y tendrá una duración de quince minutos. Los primeros cinco minutos cada miembro de la pareja realizará

la tarea de forma individual, posteriormente intercambiarán la tarea y cada uno corregirá al otro. Los minutos restantes serán dedicados a explicar al compañero la corrección realizada. De esta forma se pretende trabajar la competencia lingüística, así como también, hacer partícipes a los estudiantes de su propio proceso de evaluación.

En la Tabla 5.4. se muestran tanto los objetivos concretos de la Tarea 1.2, como los elementos computacionales asociados a dicha actividad.

Tabla 5.4. Objetivos y elementos computacionales de la Tarea 1.2. Fuente: Elaboración propia

Objetivos	Contenidos	Criterios de Evaluación	Estándares de Aprendizaje
O1. Conocer y entender los criterios de divisibilidad como una herramienta útil para identificar los divisores de un número.	C1. Iniciación a la expresión de instrucciones. C2. Estructuras de control condicionales.	CE 1. Reconocer y expresar instrucciones de manera ordenada y pautada haciendo uso del razonamiento algorítmico	EA 1. Reconoce y expresa instrucciones de manera ordenada y pautada. EA 2. Realiza diferentes comparaciones en el proceso
O2. Introducir el pensamiento algorítmico.	C3. Ejecutar la conclusión.	CE 2. Emplear estructuras condicionales	

A) Completa con números o palabras la siguiente actividad donde se describen los pasos que deben seguirse para detectar si un número es divisible por 2 o no lo es.

Dado un número natural, los pasos a seguir para saber si es divisible por 2 son los siguientes:

1. Seleccionar la última cifra del número dado

2. Dividir la cifra del paso 1 entre 2

3. Observar el resto obtenido:

Si el resto es ____ entonces el número es par, es decir, es divisible por 2

Si el resto es 1 **entonces** el número es ____, es decir, no es divisible por 2

B) Recuerda que, si el resto de una división es 0, se dice que la división es exacta.

Modifica el ejercicio anterior añadiendo el concepto de división exacta o inexacta.

Figura 2. Enunciado de la Tarea 1.2. Fuente: Elaboración propia.

En último lugar se presenta en la Figura 3 el enunciado de la Tarea 1.3. Esta tarea comparte los objetivos de la actividad anterior. Para lograr dichos objetivos, además de los elementos curriculares de la Tabla 5.1, comparte los elementos computacionales de la Tabla 5.4, añadiendo un criterio de evaluación extra: “Concluir correctamente tras comparar las distintas alternativas”

Recuerda que un número natural es divisible por 5 si la cifra de dicho número correspondiente a las unidades es 5 o 0.

A) Justifica si 7896 es divisible por 5.

B) Justifica si 78960 es divisible por 5.

C) ¿Qué valores puede tomar el parámetro a para que el número $342a+1$ sea divisible por 5?

D) Siguiendo los procesos de las actividades anteriores, describe en 7 pasos el procedimiento a seguir para determinar si un número es divisible por 5 o no lo es.

Figura 3. Enunciado de la Tarea 1.3. Fuente: Elaboración propia.

A modo de resumen, en la Tabla 5.5 se muestra un análisis comparativo de cada tarea de este módulo basado en los organizadores propuestos en el marco teórico.

Tabla 5.5. Organizadores de las tareas del módulo computacional divisibilidad. Fuente: Elaboración propia.

Organizador	Tarea 1.1	Tarea 1.2	Tarea 1.3
Tipo de Tarea	Desconectada guiada	Desconectada guiada	Desconectada con creación de algoritmo
Función	F1, F2, F3	F1, F3	F5
Dificultad	Reproducción y Conexión	Reproducción y Conexión	Conexión
Agrupamiento	Individual	Parejas	Grupo
Tiempo	10 minutos	15 minutos	20 minutos

5.3.2 Módulo computacional de divisibilidad II (1º ESO)

Se ha decidido plantear un segundo módulo computacional para trabajar la divisibilidad en el primer curso de la educación secundaria. El principal motivo de este hecho reside en aprovechar el primer contacto que los estudiantes han

tenido en el módulo anterior con el PC para, posteriormente, introducir el razonamiento recursivo. Los procedimientos para determinar el máximo común divisor de dos números naturales o el mínimo común múltiplo, suponen un paso hacia delante en el desarrollo del pensamiento computacional.

Este módulo está formado por cuatro actividades en las que se trabaja el contenido “múltiplos y divisores comunes a dos números”. Dicho contenido se encuentra en el bloque 2 del currículo de matemáticas, números y álgebra. En la Tabla 5.6 se recoge el criterio de evaluación y su correspondiente estándar de aprendizaje evaluable asociado a dicho contenido.

Tabla 5.6. Elementos curriculares de evaluación del módulo computacional divisibilidad (II).
Fuente: Elaboración propia basada en la LOMCE

Contenido: Múltiplos y divisores comunes a dos números	
Criterio de Evaluación:	Estándar de Aprendizaje Evaluable:
Conocer y utilizar propiedades y nuevos significados de los números en contextos de paridad y divisibilidad, mejorando así la comprensión del concepto y de los tipos de números	Identifica y calcula el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de dos o más números naturales mediante el algoritmo adecuado (y lo aplica a problemas contextualizados).

En la Figura 4 aparece enunciada la primera actividad de este módulo, la Tarea 2.1.

Completa con los términos múltiplo, divisor, 3 y 17 donde consideres oportuno:

Paso 1. Realizar la operación 17×1 , el resultado es 17
 Paso 2. Realizar la operación 17×2 , el resultado es 34
 Paso 3. Realizar la operación $17 \times _$, el resultado es 51
 Paso 4. Realizar la operación $_ \times 4$, el resultado es 68
 Paso 5. Se puede afirmar que:

- 17 es _____ de 34
- 4 es _____ de 68
- 51 es _____ de 17 y de 3

Figura 4. Enunciado de la Tarea 2.1. Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 5.7 se describen los objetivos y los elementos computacionales del de la actividad representada en la Figura 4.

Tabla 5.7. Objetivos y elementos computacionales de la Tarea 2.1. Fuente: Elaboración propia

Objetivos	Contenidos	Criterios de Evaluación	Estándares de Aprendizaje
O1. Distinguir entre múltiplo y divisor.	C1. Iniciación a la expresión de instrucciones	CE 1. Reconocer y expresar instrucciones de manera ordenada y	EA 1. Reconoce y expresa instrucciones de manera ordenada y
O2. Familiarizar al estudiante con la secuenciación ordenada en la realización de un proceso	Ejecución conclusiones	pautada, haciendo uso del razonamiento algorítmico y ejecutando los diferentes resultados	EA 2. Ejecuta las conclusiones

En la Figura 5, se muestra la Tarea 2.2. Esta actividad comparte objetivos y elementos computacionales con la Tarea 2.1.

Corrige los errores cometidos en los siguientes procesos descriptivos para determinar si el número natural 68 es múltiplo de 17 o no lo es.

A) Utilizando la calculadora:

Paso 1. Introducir el número 68 en la calculadora

Paso 2. Pulsar la tecla  de la calculadora

Paso 3. Introducir el número 17

Paso 4. Pulsar la tecla 

Paso 5. Si el número obtenido por pantalla es decimal, entonces podemos afirmar que 68 es múltiplo de 17.

B) Sin utilizar calculadora:

Paso 1. Realizar una lista con los múltiplos de 17 hasta llegar al valor más próximo a 68 sin pasarnos.

Paso 2. Si en la lista del paso 1 aparece el número 68, podemos afirmar que no es múltiplo de 17.

Figura 5. Enunciado de la Tarea 2.2. Fuente: Elaboración propia

La formulación de este tipo de tareas enunciadas desde diferentes puntos de vista permite a los estudiantes comprender de forma significativa las ideas matemáticas, a la vez que se fomenta así el espíritu crítico de los mismos.

Continuando con las actividades guiadas, se presenta en la Figura 6 la Tarea 2.3. Esta actividad cuenta con la particularidad de requiere una sesión completa para su realización. Se estima, que por parejas dediquen a ella aproximadamente media sesión (30 minutos). El resto de sesión se dedicará a una puesta en común de los resultados de las diferentes parejas.

De esta forma, además de trabajar los objetivos y elementos computacionales de la Tarea 2.3, se abordan competencias curriculares como la competencia social y cívica y la competencia en comunicación lingüística que marca la LOMCE.

Es importante señalar que en la Tarea 2.3. se introducen las estructuras condicionales y las estructuras cíclicas. Comprender estos nuevos contenidos computacionales supondrá un salto de abstracción que repercute directamente en el desarrollo de la mente adolescente.

Tabla 5.8. Objetivos y elementos computacionales de la Tarea 2.3. Fuente: Elaboración propia

Objetivos	Contenidos	Criterios de Evaluación	Estándares de Aprendizaje
O1. Distinguir entre múltiplo y divisor.	C1. Iniciación a la expresión de instrucciones	CE 1. Reconocer y expresar	EA 1. Reconoce y expresa instrucciones de manera ordenada y
O2. Familiarizar al estudiante con la secuenciación ordenada en la realización de un proceso	Estructuras condicionalesC3. Estructuras cíclicas. C4. Ejecución conclusiones.	instrucciones de manera ordenada y pautada, haciendo uso del razonamiento algorítmico, empleando diferentes estructuras de control y ejecutando los diferentes resultados.	pautada. EA 2. Realiza diferentes comparaciones en el proceso algorítmico. E3. Identifica y emplea al uso de los ciclos o estructuras reiterativas en la expresión algorítmica. E4. Ejecuta conclusiones
O3. Calcular el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo a través de listas de números.			

Observa la siguiente tabla y responde:

	Múltiplos	Divisores
22	22,44,66,88,110,132,154,176,198,220,242,264,286,308,330...	1,2,11
143	143, 286, 572, 1144, 2288,...	1,11,13

- A partir de la tabla determina el mínimo común múltiplo de 22 y 143.
- A partir de la tabla determina el máximo común divisor de 22 y 143.
- Pretendemos describir los pasos a seguir para obtener el **mínimo común múltiplo** de 22 y 143. Completa el cuadro empleando uno de los siguientes términos: primer o último

Paso 1. Realizar una lista con los 22 primeros múltiplos de 143

Paso 2. Encontrar en la lista obtenida en el paso anterior el _____ número que sea múltiplo de 22.

- Pretendemos describir los pasos a seguir para obtener el **máximo común divisor** de 22 y 143. Continúa el razonamiento planteado en el siguiente cuadro.

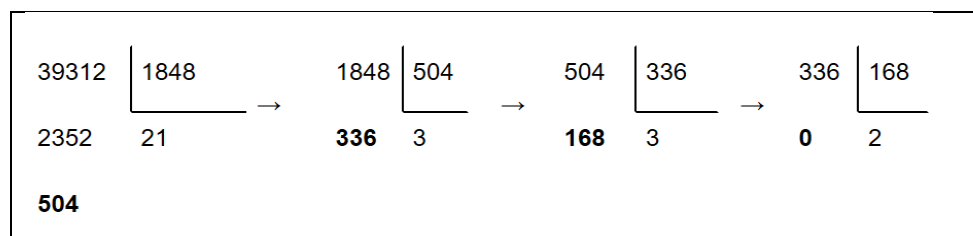
- Realizar una lista con todos los divisores de 22
- Crear una lista ordenando los números de la lista del paso 1 de mayor a menor.
- Dividir 143 entre el primer elemento de la lista del paso 2
 - Si el resto de la división es 0, el primer elemento de la lista del paso 2 es el máximo común divisor de 22 y 143
 - Si el resto de la división no es 0, seleccionar el siguiente elemento de la lista del paso 2.
 - Dividir 143 entre el número seleccionado en el paso 3.2, si el resto es 0, entonces
 -
 -
 -

Figura 6. Enunciado de la Tarea 2.3. Fuente: Elaboración propia.

La Tarea 2.4 y la Tarea 2.5, ilustradas en la Figura 7 y la Figura 8 respectivamente, son las que dan cierre al segundo módulo computacional. Con estas actividades, se completa la Tabla 5.7 añadiendo el siguiente objetivo: “Calcular el máximo común divisor mediante el Algoritmo de Euclides”. La LOMCE, en el bloque 2 del currículo básico de Matemáticas, no contempla expresamente el cálculo del máximo común divisor empleando el Algoritmo de Euclides como un estándar de aprendizaje evaluable. Este detalle, no debe ser pasado por alto por los docentes de matemáticas.

La Historia de las Matemáticas, ofrece la posibilidad de conocer las distintas vicisitudes del camino seguido por nuestros antepasados hasta llegar a los resultados y procedimientos que actualmente se pretenden transmitir a los estudiantes de esta asignatura. Con la Tarea 2.4 y la Tarea 2.5, se pretende que, en la realización de las mismas, el alumno deduzca o intuya el razonamiento seguido por Euclides hasta alcanzar el resultado, que, hoy en día se presenta de manera automatizada y aislada, y sin mención expresa a Euclides.

El máximo común divisor de 858 y 273 es 168. Observa el siguiente razonamiento, conocido como Algoritmo de Euclides:



Completa el proceso que describe, paso a paso, el método que se plantea en el razonamiento anterior.

- Paso 1. Realizar la división cuyo dividendo sea 39312 y el divisor 1848
- Paso 2. Realizar la división cuyo dividendo sea 1848 y el divisor sea 504
- Paso 3. Realizar la división cuyo dividendo sea ____ y el divisor sea 336
- Paso 4. Realizar la división cuyo dividendo sea ____ y el divisor sea ____
- Paso 5. Como el resto de la división del paso 4 es 0, el máximo común divisor de 39312 y 1848 es el divisor de la división realizada en el paso 4.

Figura 7. Enunciado de la Tarea 2.4. Fuente: Elaboración propia.

A partir de la siguiente generalización del Algoritmo de Euclides, completa el diagrama que se propone:

Dados dos números naturales, para obtener el máximo común divisor de ambos se deben seguir los siguientes pasos:

1. Identificar el mayor de los números.
2. Realizar la división cuyo dividendo sea el mayor de los números dados y el divisor el menor de ellos.
3. Observamos el resto obtenido en la división del paso 2:
 - 3.1. Si el resto es 0, el máximo común divisor de ambos números es el menor de ellos. FIN
 - 3.2. Si el resto es mayor que 0, pasamos al paso 4
4. Realizar la división cuyo dividendo sea el divisor del paso anterior y el divisor sea el resto del paso anterior.
5. Repetir los pasos 3, 4 y 5 hasta obtener de resto 0.

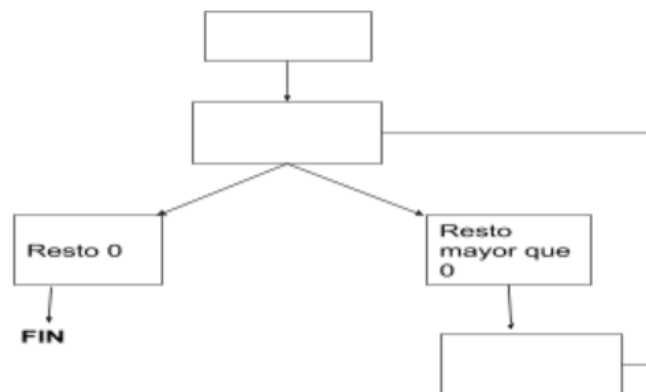


Figura 8. Enunciado de la Tarea 2.5. Fuente: Elaboración propia.

La finalidad de las actividades que se enuncian en la Figura 7 y la Figura 8, no es que el alumno practique la división, sino que comprenda y descubra, de manera guiada, un razonamiento algorítmico válido como alternativa a la obtención del máximo común divisor por descomposición de factores primos. Por ello, para realizar esta actividad, se puede ofrecer al estudiante como recurso el siguiente enlace: <https://scratch.mit.edu/projects/318534363>

Existen multitud de recursos en la red para trabajar los contenidos de las tareas de este módulo. En el siguiente enlace, se ofrece un recurso alternativo y visual creado por David Radcliffe: <https://www.geogebra.org/m/JbCsU26D>

Una vez finalizada la propuesta de tareas para el módulo de divisibilidad (II) resulta interesante detenerse en los organizadores propuestos para analizar dichas tareas. La Tabla 5.9 recoge la información al respecto.

Tabla 5.9. Organizadores de las tareas del módulo computacional divisibilidad (II). Fuente: Elaboración propia.

Organizador	Tarea 2.1	Tarea 2.2	Tarea 2.3	Tarea 2.4 Tarea 2.5
Tipo de Tarea	Desconectada guiada	Desconectada guiada	Desconectada guiada	Desconectada guiada
Función	F1, F3	F1, F3	F3, F5	F3
Dificultad	Reproducción	Reproducción y Conexión	Reproducción y Conexión	Conexión
Agrupamiento	Individual	Individual	Parejas	Grupo
Tiempo	5 minutos	10 minutos	30 minutos	45 minutos

5.3.3 Módulo computacional de operaciones con fracciones (1º ESO)

En este último módulo computacional de actividades desconectas propuesto para el primer curso de educación secundaria se desarrollarán de nuevo contenidos del bloque 2 del currículo de Matemáticas. En la Tabla 5.10. se recogen los contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje marcados por la actual ley educativa, que se han tenido en cuenta para elaborar las actividades que componen el presente módulo.

Tabla 5.10. Contenidos y criterios de evaluación del módulo computacional divisibilidad (II). Fuente: Elaboración propia basada en la LOMCE

Contenidos: Fracciones equivalentes. Operaciones con fracciones	
Criterios de Evaluación:	Estándar de Aprendizaje Evaluable:
CE 1. Utilizar números fraccionarios, sus operaciones y propiedades.	E1. Realiza cálculos con números fraccionarios de forma coherente y precisa.

Este módulo se distribuye en tres actividades con un eje común: consolidar el primer contacto con el pensamiento computacional que los alumnos de secundaria han trabajado durante los módulos computacionales anteriores en la asignatura de Matemáticas. La primera de ellas, denominada Tarea 3.1 y plasmada en el Figura 9, está diseñada para cumplir con los objetivos y elementos curriculares que se proyectan en la Tabla 5.11.

Tabla 5.11. Objetivos y elementos computacionales de la Tarea 3.1. Fuente: Elaboración propia

Objetivos	Contenidos	Criterios de Evaluación	Estándares de Aprendizaje
O1. Interiorizar el procedimiento de la operación suma de fracciones	C1. Consolidación al lenguaje de instrucciones	CE 1. Reconocer y expresar instrucciones de manera ordenada y pautada,	EA 1. Reconoce y expresa instrucciones de manera ordenada y pautada.
O2. Profundizar en el razonamiento algorítmico mediante la identificación de las fases necesarias para sumar fracciones.	C2. Estructuras condicionalesC4. Ejecución conclusiones.	haciendo uso del razonamiento algorítmico, empleando estructuras condicionales y ejecutando los diferentes resultados.	EA 2. Realiza diferentes comparaciones en el proceso algorítmico. E3. Ejecuta conclusiones

A) Describe, esquemáticamente, los pasos a seguir para sumar dos fracciones que tengan el mismo denominador.

B) Ordena las siguientes fases para construir el algoritmo que permita sumar dos fracciones:

Orden	Fase
	Se suman los numeradores y se conserva el denominador
	Se simplifica la fracción obtenida en el paso anterior
1	Observar los denominadores de las dos fracciones
	Si los denominadores no son iguales, formar fracciones equivalentes a las dadas que tengan el mismo denominador

Figura 9. Enunciado de la Tarea 3.1. Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 5.12 aparecen recogidos los objetivos específicos, los contenidos y elementos de evaluación vinculados a la computación que se tratarán en la Tarea 3.2. Dicha tarea se muestra en la Figura 10.

Tabla 5.12. Objetivo y elementos computacionales de la Tarea 3.2. Fuente: Elaboración propia

Objetivos	Contenido	Criterio de Evaluación	Estándares de Aprendizaje
O1. Interiorizar el procedimiento de la operación producto y división de fracciones	C1. Lenguaje de instrucciones	CE 1. Reconocer y expresar instrucciones de manera ordenada y	EA 1. Reconoce y expresa instrucciones de manera
O2. Profundizar en el razonamiento algorítmico mediante la identificación de las fases necesarias para dividir fracciones.	nes	pautada, haciendo uso del razonamiento algorítmico.	ordenada y pautada.

Observa el siguiente razonamiento:

$$\frac{7}{3} : \frac{6}{5} = \frac{7 \times 5}{3 \times 6} = \frac{35}{18}$$

$$\frac{7}{3} : \frac{6}{5} = \frac{7}{3} \times \left(\frac{6}{5}\right)^{-1} = \frac{7}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{7 \times 5}{3 \times 6} = \frac{35}{18}$$

Así, para dividir una fracción entre otra basta con multiplicar por la inversa de la fracción que se encuentre en segundo lugar.

A) Describe detalladamente el proceso a seguir para obtener la inversa de una fracción. Es importante que en la descripción emplees los términos: numerador y denominador.

B) Realiza un esquema de la descripción que has realizado en el apartado anterior.

Figura 10. Enunciado de la Tarea 3.2. Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 11 se plantea la actividad que cierra este módulo, denominada Tarea 3.3. La información computacional de dicha tarea aparece recogida en la Tabla 5.10 y sustituyendo los objetivos de dicha tabla por el siguiente:

- Simplificar fracciones haciendo uso de instrucciones o pautas
- Introducir en la elaboración de diagramas de flujo.

Completa el esquema que explica cómo simplificar una fracción, para ello, escribe dentro de cada etapa las siguientes frases:

- Formar una fracción equivalente dividiendo numerador y denominador por el máximo común divisor de ambos.
- Si el máximo común divisor del numerador y el denominador es 1, la fracción es irreducible.
- Obtener el máximo común divisor del numerador y el denominador de la fracción dada.

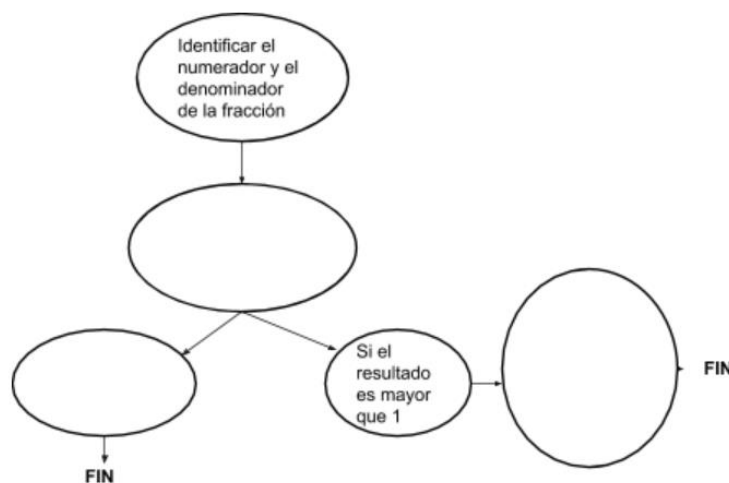


Figura 11. Enunciado de la Tarea 3.3. Fuente: Elaboración propia.

Al tratarse del último módulo computacional propuesto para 1º ESO, se considera necesario que los estudiantes se familiaricen con entornos con los que trabajarán el próximo curso. Así, se propone el siguiente proyecto de Scratch, creado por pacomuz, que permite repasar las operaciones con fracciones: <https://scratch.mit.edu/projects/38793174/>

Las actividades de este módulo se pueden completar con las indicadas en el anexo 2.

Tras mostrar las tareas, se ofrece en la tabla 5.13 información que permite, gracias a los organizadores de la primera columna, clasificar las tareas y orientar al docente para la puesta en práctica de estas actividades en el aula.

Tabla 5.13. Organizadores de las tareas del módulo computacional operaciones con fracciones.
Fuente: Elaboración propia.

Organizador	Tarea 3.1	Tarea 3.2	Tarea 3.3
Tipo de Tarea	Desconectada guiada	Desconectada de creación de algoritmo	Desconectada guiada
Función	F1, F3, F5	F5, F3	F2, F3, F5
Dificultad	Conexión	Conexión	Conexión
Agrupamiento	Individual	Parejas	Parejas
Tiempo	5 minutos	15 minutos	5 minutos

5.4. Módulos computacionales en 2º de la ESO

Siguiendo la poda y posterior reestructuración de los contenidos a trabajar en el bloque de números y álgebra, en este segundo curso se comenzará con la siguiente unidad didáctica, que es la que se comenzará tratando en esta propuesta del TFM:

Tema 1: Números y aritmética.

Esta primera evaluación supondrá un repaso a lo estudiado en el curso anterior referente al bloque 2 del currículo de matemáticas. Aprovecharemos por tanto que se estuvo trabajando con actividades desconectadas para que los estudiantes, esta vez, se sientan capaces de crear sus propios programas. Además, la mayoría de las actividades de este curso serán de tipo conectadas, es decir, utilizando un entorno de desarrollo en ordenador. Por otro lado, en papel, se pasará de los esquemas a los diagramas de flujo, para introducir al alumnado más en lenguaje de programación.

En cuanto a la parte de álgebra, el único contenido novedoso serán las ecuaciones de segundo grado. En el tema 2 se repasará y profundizará en todo lo aprendido durante el primer curso respecto a álgebra. La unidad didáctica de ecuaciones de segundo grado está situada en el tema 7.

5.4.1 Módulo computacional de números enteros (2º ESO)

A partir de este momento la propuesta del TFM da un giro hacia las actividades conectadas, para ello se empleará un entorno de programación. El entorno elegido para este primer módulo es Scratch. Este es un lenguaje de

programación orientado a facilitar el aprendizaje de forma intuitiva mediante bloques (Artés, 2016). Se introduce una herramienta digital para el trabajo en el aula de matemáticas. En esta ocasión, serán necesarios dispositivos electrónicos como ordenadores, tablets o Chromebook para el alumnado y un proyector o pantalla digital para que el profesor pueda guiar a los estudiantes en el desarrollo de las tareas propuestas.

Enmarcados de nuevo en el bloque 2 del currículo de secundaria, se muestra la Tabla 5.14 con los elementos que la ley establece.

Tabla 5.14. Elementos curriculares de evaluación del módulo computacional números enteros.
Fuente: Elaboración propia basada en la LOMCE

Contenido: Números negativos. Números enteros. Operaciones con números enteros	
Criterio de Evaluación:	Estándar de Aprendizaje Evaluable:
CE 1. Conocer y utilizar las propiedades de las operaciones con números enteros.	EA 1. Calcula e interpreta adecuadamente el opuesto y el valor absoluto de un número entero. Comprendiendo su significado. EA 2. Opera adecuadamente con números enteros.

Se procede a mostrar las actividades asociadas a este nuevo módulo. Dichas actividades muestran una evolución respecto a las tareas propuestas en los módulos de 1º de ESO. Se aprovechará que los contenidos curriculares propuestos en este módulo no son una novedad para el estudiante, sino que suponen un repaso de los conceptos trabajados en el curso anterior. De esta manera se pretende introducir al alumnado en el entorno de programación Scratch.

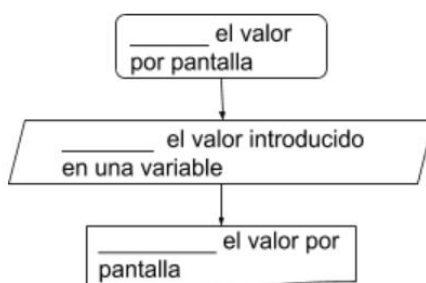
Mediante los elementos computacionales de la Tabla 5.15, así como de los objetivos que en ella aparecen, se ha procedido a elaborar la Tarea 4.1 ilustrada en la Figura 12 de este capítulo. En esta actividad, se persigue que el alumno comprenda la importancia del pseudocódigo y la utilidad de los esquemas para comprender y ordenar la secuenciación de un procedimiento matemático. Así se persigue incorporar, paulatinamente, el concepto de diagrama de flujo.

Tabla 5.15. Objetivos y elementos computacionales de la Tarea 4.1. Fuente: Elaboración propia

Objetivos	Contenido	Criterio de Evaluación	Estándares de Aprendizaje
O1. Interpretar el código de un algoritmo escrito en el entorno de programación Scratch y relacionarlo con su diagrama de flujo	C1. Interpretación de código en el entorno de programación Scratch	CE 1. Interpretar el código de un algoritmo escrito en un entorno de programación y relacionarlo con su respectivo diagrama de flujo	EA 1. Interpreta el código de un algoritmo. Relaciona dicho código con el diagrama de flujo correspondiente
O2. Solicitar al usuario que introduzca datos por teclado y mostrarlos posteriormente por pantalla	C2. Diagramas de flujo C3. Comandos de entrada y salida	CE 2. Definir, inicializar y emplear las variables como espacios de almacenamiento de datos solicitados por el usuario	EA 2. Realiza peticiones al usuario para que introduzca datos por teclado. EA 3. Define, inicializa y emplea adecuadamente las variables
O3. Almacenar datos numéricos en variables previamente definidas	C4. Definición, inicialización y empleo de variables		EA 4. Muestra mensajes y datos (variables) por pantalla

Dado un número natural se pide crear un programa con Scratch que solicite al usuario el número por pantalla y lo muestre. Para ello, realiza los siguientes apartados:

A) Rellena los huecos con los verbos: almacenar, solicitar y mostrar:



B) ¿Cuál de las siguientes opciones corresponde con el diagrama de flujo del apartado anterior? Justifica tu respuesta.

Opción 1



Opción 2

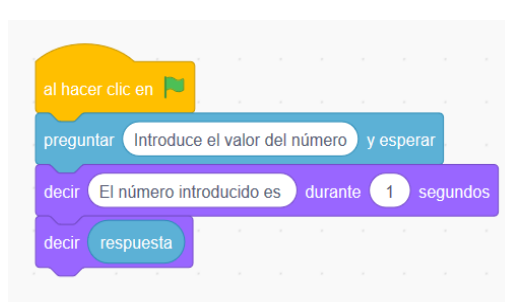


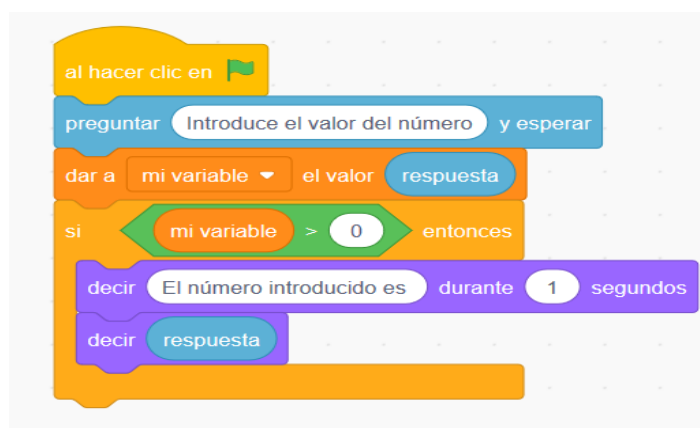
Figura 12. Enunciado de la Tarea 4.1. Fuente: Elaboración propia.

La Tabla 5.16 está vinculada a la Tarea 4.2 (Figura 13). Se crea como complemento a los elementos de la Tabla 5.15.

Tabla 5.16. Complemento de la Tabla 5.15 para la Tarea 4.2. Fuente: Elaboración propia

Contenido	Criterio de Evaluación	Estándares de Aprendizaje
C5. Estructuras de control condicionales y cíclicas	CE 5. Comparar, operar y mostrar por pantalla dos o más variables	EA 5. Realiza comparaciones en el proceso algorítmico EA 6. Utiliza estructuras de control cíclicas
C6. Comandos operacionales		EA 7. Opera con variables
C7. Ejecución de la conclusión		EA 8. Detiene el programa en el momento requerido

A) Explica qué realiza el siguiente programa:



B) A partir del programa anterior, crea un programa que solicite un valor e indique por pantalla si dicho valor es positivo o negativo.

C) Completa el siguiente programa donde se solicita dos números naturales y devuelve la suma de ambos números



Figura 13. Enunciado de la Tarea 4.2. Fuente: Elaboración propia

Se ha considerado necesario crear la Tarea 4.3 y la Tarea 4.4, ilustradas respectivamente en la Figura 14 y la Figura 15, para afianzar las dos actividades anteriores, tanto a nivel curricular como computacional.

A) Observa e indica en qué consiste el programa:



B) Modifica el programa anterior para que devuelva el opuesto del número introducido por pantalla.

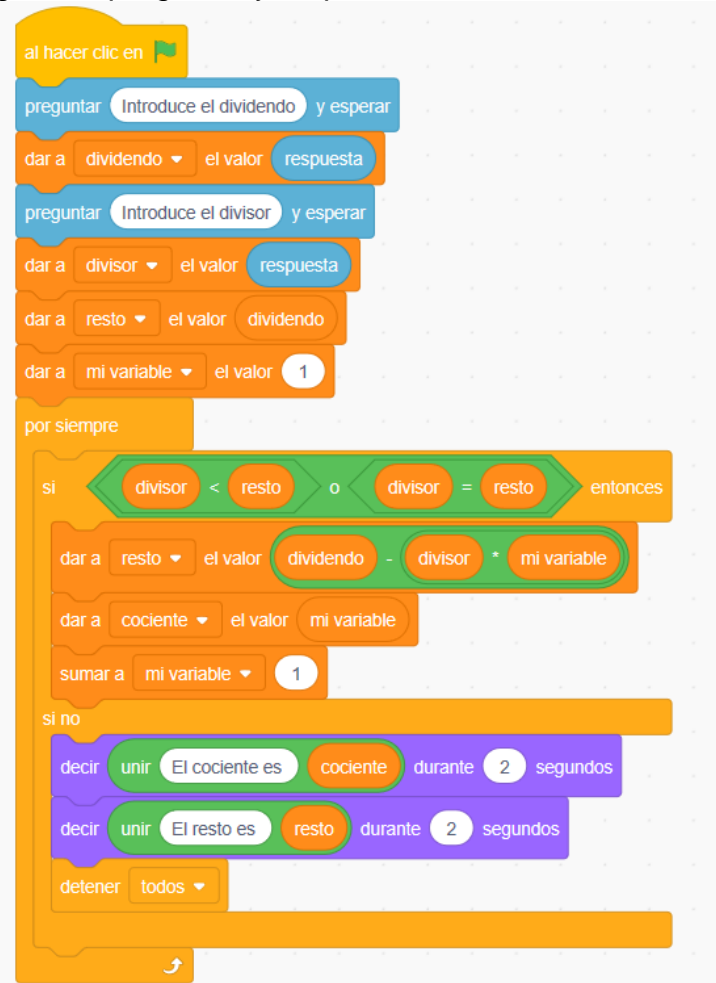
C) Crea un programa que devuelva el valor absoluto de la suma de dos números introducidos por pantalla.

Figura 14. Enunciado de la Tarea 4.3. Fuente: Elaboración propia.

La Tarea 4.4, a diferencia de las actividades anteriores de este módulo, puede considerarse de ampliación, puesto que conlleva un dominio de Scratch superior al resto. Se dedicará una sesión de aula íntegra para su puesta en práctica, está diseñada para ser trabajada en grupos de cuatro personas. Cada una de ellas contará con uno de los siguientes roles:

1. Encargado del seguimiento de las variables. Esta persona expondrá al resto del grupo el número de variables que intervienen en el programa, cómo se han definido las variables y qué relación existe entre ellas.
2. Encargado de identificar y explicar las distintas partes de la estructura de control condicional que aparece en el enunciado.
3. Encargado de identificar, explicar y cuestionar la utilidad de la estructura de control cíclica de la actividad.
4. Encargado de introducir el código en Scratch y comprobar la respuesta.

Observa el siguiente programa y responde:



A) ¿Qué devuelve el programa?

B) Copia el código en un nuevo proyecto y comprueba qué ocurre si no se inicializa “mi variable” en 1.

C) Explica, mediante un ejemplo, esta parte del programa:



D) ¿Qué relación existe entre el programa anterior y el que se propone a continuación?



Figura 15. Enunciado de la Tarea 4.4. Fuente: Elaboración propia.

A continuación, se muestra un análisis de las actividades a través de los diferentes organizadores de las tareas del módulo. La Tabla 5.17 permite comparar los organizadores de dichas actividades.

Tabla 5.17. Organizadores de las tareas del módulo computacional números enteros. Fuente: Elaboración propia.

Organizador	Tarea 4.1	Tarea 4.2	Tarea 4.3	Tarea 4.4
Tipo de Tarea	Conectada guiada	Conectada guiada con creación de código	Conectada guiada con creación de código	Conectada guiada
Función	F2	F2, F4	F2	F2
Dificultad	Conexión	Conexión	Conexión y reflexión	Reflexión
Agrupamiento	Individual	Pareja	Pareja	Grupos
Tiempo	10 minutos	25 minutos	30 minutos	50 minutos

5.4.2 Módulo computacional de ecuaciones de segundo grado (2º ESO)

Se completa la propuesta con un módulo computacional algebraico. La particularidad de este último módulo es que no se incorporarán nuevos elementos computacionales. Todos los contenidos, criterios y estándares de evaluación de carácter computacional coinciden con los del subcapítulo 5.4.1 del presente TFM.

De esta forma, se ha guiado e introducido al estudiante en el manejo de la herramienta (pensamiento computacional) que ahora debe utilizar para afrontar

contenidos curriculares novedosos en el segundo curso de la educación secundaria.

Como ejemplo, se ha elegido la resolución de ecuaciones de segundo grado. El enfoque que aportan la Tarea 5.1 (Figura 16), la Tarea 5.2 (Figura 17) y la Tarea 5.3 (Figura 18), rompen con los ejercicios habituales donde simplemente se requiere al alumno que sustituya los coeficientes de una determinada ecuación en una fórmula. Antes de analizar las tareas propuestas, situamos el contenido que se trabaja en este módulo dentro de la LOMCE. Para ello se presenta la Tabla 5.18.

Tabla 5.18. Elementos curriculares de evaluación del módulo computacional ecuaciones de grado 2. Fuente: Elaboración propia basada en la LOMCE

Contenidos: Ecuaciones de segundo grado con una incógnita. Resolución. Interpretación de las soluciones. Ecuaciones sin solución.	
Criterio de Evaluación:	Estándar de Aprendizaje Evaluable:
CE 1. Utilizar el lenguaje algebraico para simbolizar el planteamiento de ecuaciones de segundo grado, aplicando para su resolución métodos algebraicos o gráficos y contrastando los resultados obtenidos.	EA 1. Resuelve e interpreta ecuaciones de segundo grado.

Para la representación gráfica de soluciones, se hará uso de GeoGebra, esta herramienta digital favorece el desarrollo del razonamiento algorítmico pautado.

La posibilidad de combinar varios recursos tecnológicos proporciona diferentes puntos de vista ante una misma actividad. Así, con la Tarea 5.1 y la Tarea 5.2 se trabaja desde una perspectiva algebraica, complementada con la Tarea 5.3 que ofrece una visión analítica del mismo contenido matemático.

Con esta forma de proceder, se trabajan las matemáticas como una materia cuyas actividades no siempre tienen una solución única. Tomando la cantidad de contenidos académicos y considerando el tiempo del que dispone el docente, rara vez plantea en pizarra dos caminos alternativos para realizar una misma actividad. Concienciar a los estudiantes de este hecho es fundamental, puesto que éstos tienden a entregar actividades en blanco ya que cuando les falla la memoria, no se atreven a razonar otras alternativas.

Corrige el siguiente proyecto en Scratch que permite resolver una ecuación de segundo grado del tipo $x^2 + c = 0$



Los errores que debes corregir son los siguientes:

- Devolver el mensaje “La ecuación no tiene solución” cuando c sea positivo.
- Mostrar por pantalla las dos soluciones (positiva y negativa) de la ecuación cuando c sea negativo.

Figura 16. Enunciado de la Tarea 5.1. Fuente: Elaboración propia.

Con la Tarea 5.1, se pretende solventar el típico error del principiante que toma contacto con la resolución de ecuaciones de segundo grado, este error consiste en plantear la raíz cuadrada de un número negativo. En este sentido la distribución del currículo de secundaria lleva a los alumnos a una confusión producto de los siguientes hechos:

1. Las ecuaciones de grado 2 son un contenido de la asignatura de 1º de ESO o de 2º de ESO, a merced de la libre interpretación que realice el docente.
2. La función raíz cuadrada se introduce en las asignaturas de matemáticas (aplicadas y académicas) de 4º de ESO.

Por lo tanto, se empuja al estudiante a memorizar la siguiente coletilla: “no existe la raíz cuadrada de un número negativo”.

Observa el siguiente fragmento de proyecto y responde:



- ¿Es correcta la condición que se plantea en la estructura de control condicional?
- Para finalizar el proyecto que resuelve una ecuación de segundo grado completa, ¿qué otras estructuras de control condicionales faltarían?

Figura 17. Enunciado de la Tarea 5.2. Fuente: Elaboración propia.

El siguiente enlace <https://www.geogebra.org/graphing/hh7ysume> nos dirige ante un applet de Geogebra que representa la gráfica de una parábola. Utiliza los deslizadores y justifica la relación del discriminante con el número de soluciones a partir de la gráfica.

- ¿Qué ocurre cuando $a=0$, $b=0$ y $c=0$?
- ¿Qué ocurre cuando $a=0$ y $b=0$?
- ¿Qué ocurre cuando $a>0$? ¿Y cuando $a<0$?
- Explica con tus palabras lo que le ocurre a la parábola al dejar fijos los valores de a y b y mover c
- Explica con tus palabras lo que le ocurre a la parábola al dejar fijos los valores de a y c y mover b

Figura 18. Enunciado de la Tarea 5.3. Fuente: Elaboración propia.

Se concluye el módulo con la Tabla 5.19. última comparativa de los organizadores de las actividades

Tabla 5.19. Organizadores del módulo computacional ecuaciones de grado 2. Fuente: Elaboración propia.

Organizador	Tarea 5.1	Tarea 5.2	Tarea 5.3
Tipo de Tarea	Conectada guiada	Conectada guiada	Conectada guiada
Función	F3	F2	F5
Dificultad	Conexión	Conexión	Conexión
Agrupamiento	Individual	Pareja	Pareja
Tiempo	15 minutos	50 minutos	20 minutos

5.5 Evaluación de los módulos computacionales

Para realizar una evaluación de la propuesta realizada en el presente TFM, conviene recordar el objetivo planteado en el capítulo 2 del mismo: *Promover el pensamiento computacional en el alumnado de 1º y 2º ESO, incorporando actividades que fomenten el desarrollo del razonamiento algorítmico en el aula de secundaria. De esta forma se trabajará la capacidad crítica del alumnado. Y se reforzará y profundizará en los contenidos matemáticos*

Atendiendo a lo anterior, evaluar la propuesta equivale a medir el grado de éxito de la herramienta o recurso empleado para mejorar el aprendizaje de los procedimientos y conceptos matemáticos en el alumnado. En este caso, la herramienta empleada es el pensamiento computacional o el desarrollo del razonamiento algorítmico. Lo que se pretende evaluar es su efectividad sobre los estudiantes de matemáticas.

Se debe tener en cuenta que el desarrollo del pensamiento computacional y la programación en los centros de educación secundaria son aspectos recientes, de poco recorrido. Estos elementos requieren sosiego y un determinado tiempo para ser asimilados para que su función brote en el alumnado.

Lo que se propone, no es una herramienta de efecto inmediato que por arte de magia transforme los bajos resultados académicos en las asignaturas de matemáticas y las calificaciones de las pruebas externas (PISA) en la competencia matemática. Así que el éxito del impacto del pensamiento

computacional sobre la mejora en matemáticas se medirá con la evolución de los resultados académicos de aquellos estudiantes que lleven al menos dos cursos trabajando con módulos computacionales.

Surge así, la necesidad de evaluar la adaptación de los estudiantes a esta nueva herramienta. Para ello se propone una prueba mixta formada por actividades desconectas y actividades conectadas. Las actividades desconectadas forman la parte A, mientras que las conectadas la parte B.

Esta prueba se realizará tras la finalización de los cinco módulos computacionales propuestos. Es decir, tras cursar 1º y 2º de ESO.

El contenido matemático seleccionado del currículo para el desarrollo de la prueba es el concepto de raíz cuadrada, así como el algoritmo para calcular aproximaciones de valores reales positivos. Para la parte A, se requiere el uso de regla y compás; para la parte B, un ordenador o dispositivo digital.

Los principales estándares de aprendizaje que se tendrán presentes para evaluar la prueba son los siguientes:

1. Expresa instrucciones de manera ordenada y pautada
2. Realiza diferentes comparaciones en el proceso algorítmico
3. Entiende e interpreta pautas de manera ordenada
4. Combina el razonamiento lógico, algorítmico y abstracto para la resolución de problemas cotidianos.
5. Define, inicializa y emplea adecuadamente variables
6. Interpreta códigos propuestos

5.5.1 Prueba mixta

Parte A: (Actividades desconectadas)

1. Observa las siguientes imágenes y ordena el proceso de cuadratura del rectángulo ABCD

<p>Imagen 1</p>	<p>Imagen 2</p>
<p>Imagen 3</p>	<p>Imagen 4</p>
<p>Imagen 5</p>	<p>Primer paso: Imagen 4</p> <p>Segundo paso: _____</p> <p>Tercer paso: _____</p> <p>Cuarto paso: _____</p> <p>Quinto paso: _____</p>

Figura 19. Enunciado Actividad A1 de la prueba mixta. Fuente: Elaboración propia.

2. El objetivo de este ejercicio es describir los pasos necesarios para cuadrar un rectángulo empleando regla, compás, lápiz y papel. Puedes ayudarte de la notación que aparece en las imágenes del ejercicio 1.

Paso	Descripción
1	A partir del rectángulo ABCD, se traza la recta que pasa por los vértices A y B.
2	
3	
4	
5	El punto H es producto de la intersección entre el rectángulo ABCD y la circunferencia construida en paso 4. Se construye el cuadrado de lado HB.

Figura 20. Enunciado Actividad A2 de la prueba mixta. Fuente: Elaboración propia.

3. En la imagen 3 del primer ejercicio se ha trazado una circunferencia de centro B y radio la longitud del segmento BH. Originando, la intersección de la circunferencia con la recta que pasa por A y B, los puntos E y F.

- Dibuja con regla y compás la situación planteada, empleando la notación que se indica.
- Explica la relación que existe entre las longitudes de los segmentos AB, BC, AF, BF y BE.

4. Euclides vivía de alquiler en un pequeño apartamento de Damasco. En uno de sus paseos por la ciudad se topó con un bazar de alfombras, el matemático quedó maravillado de una de ellas en la que pudo encontrar los siete tipos de frisos existentes. Al preguntar por las dimensiones de esa alfombra, el mercader le informó que tenía exactamente 1'25 metros de ancho y 4 metros de largo. Ayuda a Euclides a decidir si podrá introducir la alfombra en alguna de las habitaciones del apartamento, sabiendo que todas las habitaciones son cuadradas. ¿Cuál es la longitud mínima que debe tener el lado de la habitación en la que quiere disfrutar de la alfombra? Plantea el problema y resuelve gráficamente.

PARTE B: Actividades conectadas.

1. Observa el siguiente programa y responde:



¿Qué nombre reciben las variables que aparecen? ¿Qué devuelve el programa? Modifica el código y crea un programa para que los alumnos de 2º de ESO puedan conocer la nota media de los 7 exámenes de Matemáticas realizados durante el curso.

Figura 21. Enunciado Actividad B1 de la prueba mixta. Fuente: Elaboración propia.

2. Dado el proyecto incompleto de la imagen incompleto, se pide que, siguiendo el método iterativo empleado por los babilónicos para la obtención de la raíz cuadrada de un determinado valor no negativo, completa el siguiente proyecto que tiene como finalidad cuadrar un rectángulo de lados conocidos.

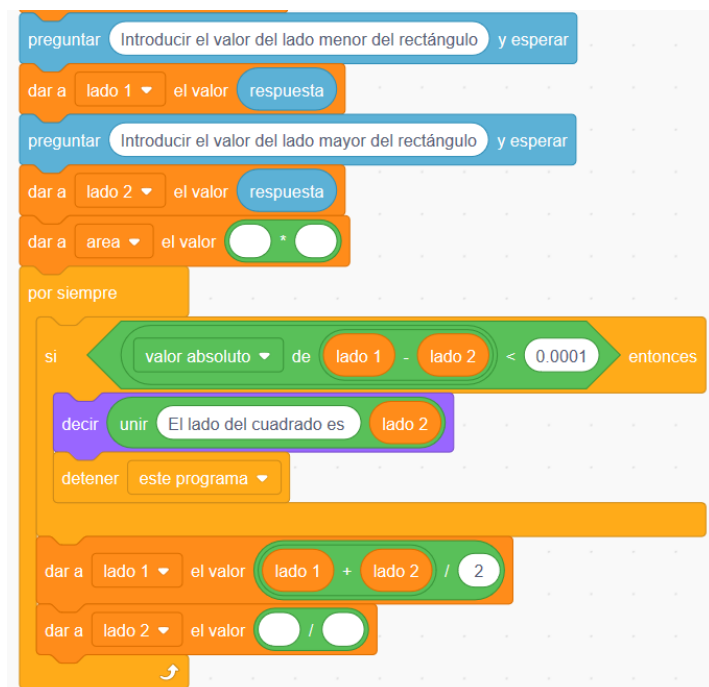


Figura 22. Enunciado Actividad 2B de la prueba mixta. Fuente: Elaboración propia.

3. Qué modificarías del proyecto anterior para aproximar el resultado redondeando a dos cifras decimales?
4. Completa y ejecuta el proyecto completo, devolviendo el mensaje “el proyecto solo admite valores positivos” cuando alguno de los valores introducidos sea negativo.

6.DISCUSIÓN

Cuando se plantea la viabilidad de un proyecto de innovación educativa, el primer inconveniente procede del sector docente. Romper la rutina de las clases magistrales, el libro de texto como verdad absoluta y la cultura de cursos de formación que acrediten horas sin apenas esfuerzo, supone un problema que se maquilla bajo la excusa de la inviabilidad de nuevas metodologías o propuestas. Por lo tanto, para comenzar este capítulo, se parte de la hipótesis de contar con un profesorado inquieto por conocer cómo mejorar el sistema educativo al que todos acusamos de necesitar un cambio.

Las principales ventajas de esta propuesta son las siguientes:

1. Para llevar a cabo los módulos computacionales del primer curso de educación secundaria no se requieren herramientas tecnológicas, basta con el material habitual que el estudiante precise para el resto de las asignaturas.
2. En aquellas sesiones que se recurra al uso de ordenadores, tablets o Chromebooks, es posible llevar un control de los contenidos de internet a los que acceden los alumnos. NetOp es una herramienta de control remoto que se activa desde la cuenta de Classroom del profesorado.
3. Tal y como se han planteado los diferentes módulos, pueden servir de formación para el profesorado. Las actividades planteadas no requieren conocimientos previos en lenguajes de programación.
4. Al cuestionar el uso abusivo del libro de texto, el docente puede llegar a aumentar su competencia, crear actividades y fomentar así el espíritu crítico de los alumnos.
5. Comunidades como Navarra ofrecen al alumnado de 1º de ESO Chromebooks, la propuesta de este TFM surge a raíz de la experiencia vivida durante las prácticas docentes del máster. En ese periodo se pudo comprobar que el uso de herramientas digitales en el aula motiva y suscita interés en el alumnado por realizar actividades que rompan con la edición de textos o búsqueda de información por internet. Tras ofrecerles varios proyectos creados con Scratch, la gran mayoría se interesó en conocer cómo crear sus propios proyectos.

Por otro lado, los principales inconvenientes de esta propuesta son los siguientes:

1. Para las sesiones en que se trabajen los módulos computacionales de 2º de ESO se requiere al menos un ordenador por cada dos alumnos.
2. El centro debe contar con una red WIFI estable para evitar problemas los días en que se realicen exámenes matemático-computacionales.
3. La cantidad de contenidos curriculares y el empeño de la gran mayoría de docentes por llevarlos todos (o mostrarlos) al aula. Hay contenidos que requieren sosiego y mayor dedicación.
4. En este TFM se ofrece una muestra de actividades computacionales, estas actividades no se encuentran en los libros de texto y hay pocos recursos en internet al respecto. El docente deberá crear su propio material, lo cual conlleva más dedicación y horas de trabajo extra.
5. La evaluación, muchas de las actividades que se proponen son abiertas y admiten diferentes soluciones. Los criterios de evaluación en este aspecto no vienen marcados por la ley, así que, si un departamento docente decide llevar a cabo una propuesta similar a la que aquí se plantea, es necesario poner en común qué criterios de evaluación se llevarán a cabo.

Comprobar la eficacia, respecto al desarrollo académico de los alumnos, resulta complicado puesto que en la actualidad no se encuentran precedentes con la suficiente trayectoria como para obtener conclusiones. Lo que sí es posible asegurar es que la puesta en marcha de los módulos computacionales en el aula de secundaria permitirá, mediante una metodología constructivista, profundizar en contenidos básicos de matemáticas, trabajar la competencia digital y el razonamiento lógico y favorecer la metacognición de los alumnos, haciéndoles partícipes de su propio proceso de enseñanza aprendizaje.

7.CONCLUSIONES

7.1. Logros alcanzados respecto a los objetivos de trabajo.

Para la confección de las distintas tareas que componen los módulos computacionales, se han tenido en cuenta las aportaciones de la asignatura de Complementos Matemáticos, tanto en la elaboración de la prueba mixta de evaluación (algoritmo de cuadratura babilónico) como en la justificación de la Tarea 2.4 vinculada al Algoritmo de Euclides. La repercusión de Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas se hace patente en todas y cada una de las referencias a la LOMCE, el uso de recursos tecnológicos (GeoGebra, Scratch) y la invención de problemas. Gracias a la materia dedicada a innovación, en este TFM se incluyen diferentes agrupaciones en el aula donde los miembros de cada grupo tienen establecidos distintos roles. Por último, las asignaturas generalistas han permitido poner en valor la necesidad de contextualizar el marco teórico para adaptarlo a las demandas cognitivas, sociales y laborales de los estudiantes. De esta forma, se considera logrado el primer objetivo: “Combinar distintos aprendizajes y aportaciones del máster para elaborar un proyecto educativo innovador”

Con respecto al segundo objetivo específico, el periodo de prácticas docentes fue decisivo a la hora de elegir la orientación que tomarían las páginas de este TFM. La distribución de las aulas no ha cambiado, el libro de texto continúa siendo la única guía del docente, las herramientas digitales (pantallas, proyectores, ordenadores...) son tratadas por la gran mayoría de los profesores como elementos extraños, que incluso, son tratados como invasores de espacio de la tan recurrida pizarra de tiza. Este último factor ha sido el motor que ha empujado a crear una propuesta que introduzca de forma paulatina las nuevas tecnologías en la cotidianidad de la educación secundaria.

Todas las actividades que conforman los módulos computacionales de los apartados 5.3 y 5.4 de la propuesta, han sido de creación propia, ninguna de ellas ha sido extraída de libros de texto ni de otro tipo de guías educativas. Con esto, se puede dar por conseguido el tercer objetivo: “Comenzar a crear un material docente propio como complemento a los tan recurridos libros de texto”.

El cuarto y último objetivo marcado, ha sido posible gracias a la supervisión, dedicación y empeño del tutor de prácticas. Se ha podido llevar a cabo una propuesta ambiciosa que en sus orígenes mostraba cierta complejidad y puntos débiles a los que se ha ido dando forma y sentido.

7.2. Reflexión final

La innovación educativa debe ser la bandera de los nuevos docentes, aunque para ello antes haya que pasar por una actualización educativa. Innovar no es simplemente proponer módulos computacionales o realizar diferentes agrupaciones en las sesiones de aula, tampoco lo es el introducir applets o recursos educativos. Todas esas propuestas son actualizaciones necesarias, los dispositivos digitales forman parte de la realidad de los adolescentes y las nuevas formas de relacionarse y agruparse entre ellos. Para poder hablar de innovación se debe realizar el paso previo, la adaptación del sistema educativo a las demandas de la sociedad actual. Los módulos computacionales planteados en este proyecto suponen un primer paso hacia la adaptación mencionada.

Todas las medidas que se tomen para motivar y desterrar el miedo a determinadas materias son bienvenidas. En concreto, las asignaturas de Matemáticas parten con un sentimiento de fracaso y rechazo por gran parte de los estudiantes. Este hecho no puede ser aceptado por el profesorado de la materia, se deben poner medios para luchar contra esa lacra que impide disfrutar de una asignatura muy necesaria en el desarrollo del pensamiento abstracto y formal de los adolescentes.

Por último, la idea que subyace tras la realización del máster es la de recordar que aún queda mucho camino por recorrer, no está todo hecho. La formación docente a nivel personal acaba de comenzar.

8.REFERENCIAS

- ACM Spain SIGCSE Chapter (2011). *Manifiesto: Por la inclusión de la ciencia y tecnología informática entre los estudios básicos de la enseñanza secundaria y bachillerato*. Recuperado de <https://sites.google.com/a/sigcse.es/www/manifiesto>
- Alfred V, Aho. (2012). Computation and Computational Thinking. *The Computer Journal*, 55(7), 832–835. Recuperado de <https://doi.org/10.1093/comjnl/bxs074>
- Almodóvar, J. A., de la Prida, C., Gaztelu, A. M., González, A., Machín, P., Pérez, C. y Sánchez, D. (2015). *Matemáticas. Serie Resuelve. 1 ESO*. Madrid, España: Santillana.
- Álvarez, F., Garrido, L. M. y Ruiz, A. (1997). *Fractal Matemáticas 2. Educación Secundaria. Primer Ciclo. Segundo Curso*. Barcelona, España: Vicens Vives.
- Álvarez, M. D., Hernández, J., Miranda, A. Y., Moreno, M. R., Parra, S., Redondo, M., ... Serrano, E. (2011). *Matemáticas 2 ESO*. Torrelaguna, España: Santillana.
- Arias, J. M, y Maza, I. (2015). *Matemáticas. ESO1*. Madrid, España: Bruño.
- Arias, J. M, y Maza, I. (2016). *Matemáticas. ESO2*. Madrid, España: Bruño.
- Arranz, H. y Pérez, A. (2017). Evaluación del Pensamiento Computacional en Educación Primaria. *Revista Interuniversitaria de Investigación en Tecnología Educativa (RIITE)*, 3, 25-39. DOI: <http://dx.doi.org/10.6018/riite/2017/267411>
- Artés, J. (2016). ¿Qué es Scratch? Scratch, como tecnología para programar. Recuperado de <https://www.scratch.school/aprender/que-es-scratch/>
- Bruño. (2019). *Nuestro Fundador: San Juan Bautista de La Salle*. Recuperado de <http://www.editorialbruno.com.pe/nosotros-nuestro-fundador.php>
- CHOPPIN, A. (1980). L'histoire des manuels scolaires. Un bilan bibliométrique de la recherche français. *Histoire de l'Education*, 58, 165-185.

- Colera, J. y Gaztelu, I. (2003). *Educación Secundaria. Matemáticas*. Valdemoro, España: Anaya
- Compañ, P., Satorre, R., Llorens, F. y Molina, R. (2015). Enseñando a programar: un camino directo para desarrollar el pensamiento computacional. *RED. Revista de Educación a Distancia*. 46, 1-15. Recuperado de <https://revistas.um.es/red/article/view/240191/182931>
- Educación 3.0 (25 de octubre de 2018). Nace la Escuela del Pensamiento Computacional para Docentes. *Educación 3.0*. Recuperado de <https://www.educaciontrespuntocero.com/noticias/escuela-de-pensamiento-computacional/93386.html>
- EDUCACIÓN EN ORCASUR (24 de febrero de 2018). Aprender y enseñar Matemáticas [Mensaje de un blog]. Recuperado de <http://aprender-ensenyar-matematicas.blogspot.com/2018/02/algunas-reflexiones-de-pedro-puig-adam.html>
- España. Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa (LOMCE). Publicada en el *Boletín Oficial del Estado (BOE)* 10 de diciembre de 2013, número 295.
- Fragueiro, M. S., Muñoz, M. M. y Soto, J. R. (2012). «1-2-4». Una técnica de aprendizaje cooperativo sencilla aplicada al área de conocimiento del medio natural, social y cultural. *Innovación Educativa*, 22, 87-96.
- Gardner, H., y Davis, K. (2014). *La generación APP: Cómo los jóvenes gestionan su identidad, su privacidad y su imaginación en el mundo digital*. Barcelona, España: Paidós.
- García-Peñalvo, F. J. (2016). What Computational Thinking Is. *Journal of Information Technology Research*, 9(3), 5-8.
- Gratacós, P. (2012). Hacia una escuela inclusiva. *Cuadernos de Pedagogía*, 420, 51-54.
- Grover, S., y Pea, R. (2013). Computational thinking in K–12. A review of the state of the field. *Educational Researcher*, 42 (1), 38-43.

- Grupo SM. (2018). *CONÓCENOS / NUESTRA HISTORIA*. Recuperado de <https://www.grupo-sm.com/pe/nuestra-historia>
- Ibercampus.es (2019). *La Escuela de Pensamiento Computacional educa hacia el futuro, empezando por sus profesores*. Recuperado de <https://www.ibercampus.es/la-escuela-de-pensamiento-computacional-educa-hacia-el-futuro-empezando-por-38010.htm>
- INNED (2017). *La programación: ¿una nueva asignatura?* Recuperado de <http://www.innovandoeneducacion.es/la-programacion-una-nueva-asignatura/>
- Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado. (31 de julio de 2015). *Neuroeducación: un desafío para los docentes* [Mensaje de un blog]. Recuperado de <https://intef.es/Blog/neuroeducacion-un-desafio-para-los-docentes/>
- Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado. (17 de noviembre de 2017). *¿Se puede desarrollar el pensamiento computacional sin ordenador? Evidencia científica* [Mensaje de un blog]. Recuperado de <https://intef.es/Blog/se-puede-desarrollar-el-pensamiento-computacional-sin-ordenador-evidencia-cientifica/>
- Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado. (9 de abril de 2018). *After the reboot: computing education in UK schools*. [Mensaje de un blog]. Recuperado de <https://intef.es/Blog/informe-intef-after-the-reboot-computing-education-in-uk-schools/>
- Kim, S., Chung, K., y Yu, H. (2013). Enhancing digital fluency through a training program for creative problem solving using computer programming. *The Journal of Creative Behavior*, 47(3), 171-199. doi: <http://dx.doi.org/10.1002/jocb.30>
- Lupiañez, J. L. (2005). Principios y estándares para la educación matemática. *SUMA: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, 48, 105-112.

- Llorens-Largo, F. (2015). Dicen por ahí. . . que la nueva alfabetización pasa por la programación. *ReVisión*, 8(2), 11-14.
- Negroponte, N. (1995). *Ser digital*. Barcelona, España: Ediciones B.
- Pancorbo, L. (2007). *Vector. Matemáticas. Primer Curso*. Barcelona, España: Vicens Vives.
- Puig, A. (1958). *Curso de Geometría métrica*. Madrid, España: Patronato de Publicaciones de la Escuela Especial de Ingenieros Industriales.
- Pujolàs, P. (2008). *El aprendizaje cooperativo*. Barcelona, España: Grao
- Rico, L. (1997). Cuestiones abiertas sobre evaluación en matemáticas. *Uno. Revista didáctica de las matemáticas*, 11, 7-24.
- Román-González, Marcos. (2015). Test de Pensamiento Computacional: principios de diseño, validación de contenido y análisis de ítems.
- Royal Society (2012). *Shut down or restart?* Recuperado de <https://royalsociety.org/topics-policy/projects/computing-in-schools/report/>
- Rushkoff, D. (2011). *Program or be Programmed: Ten Commands for a Digital Age*. Nueva York, Estados Unidos: OR Books.
- Sánchez, J. L. y López, V. (2002). *Matemáticas. 1º Secundaria*. Estella, España: Oxford Educación.
- Sánchez, J. L. y Vera, L. (2003). *Matemáticas. 2º Secundaria*. Estella, España: Oxford Educación.
- Sagredo, E., Miranda, G., y León, C. (2017). Hacia la educación del futuro: el pensamiento computacional como mecanismo de aprendizaje generativo. *Education in the Knowledge Society*, 18(2). Doi: <http://dx.doi.org/10.14201/eks2017182335>
- Sierra-Rodríguez, J. L., & García-Peñalvo, F. J. (2015). Informática Educativa y Educación en Informática. *Education in the Knowledge Society (EKS)*, 16(4), 25-31. doi: <http://dx.doi.org/10.14201/eks20151642531>
- Torres, J. (1994). *Globalización e interdisciplinariedad: el curriculum integrado*. Madrid, España: Morata.

- Vicens Vives. (2019). *¿Quiénes somos?* Recuperado de <https://www.vicensvives.com/vvweb/view/pages/p01/load.php?id=2554>
- Vizmanos, J. R., Anzola, M., Mansilla, S. y Bujanda, M. P. (2010). *Pitágoras. Matemáticas. 1 ESO*. Madrid, España: SM
- Wing, J. M. (2006). Computational Thinking. *Communications of the ACM*, 49(3), 33-35. doi: <http://dx.doi.org/10.1145/1118178.1118215>
- Wing, J. M. (2008). Computational thinking and thinking about computing. *Philosophical Transactions of the Royal Society a-Mathematical Physical and Engineering Sciences*, 366(1881), 3717-3725. doi: <http://dx.doi.org/10.1098/rsta.2008.0118>
- Zapata-Ros, M. (2015). Pensamiento computacional: Una nueva alfabetización digital. *RED, Revista de Educación a distancia*, 46(4). Doi: 10.6018/red/46/4

9. ANEXOS

9.1 Anexo 1: Tarea Desconectada. Criterio de divisibilidad del 3 (sin calculadora)

i) Encuentra y corrige los errores que del siguiente proceso descriptivo que persigue determinar cuándo un número es divisible por 3.

Dado un número natural, los pasos a seguir para saber si es divisible por 3 son los siguientes:

1. **Sumar** todas las cifras del número.

2. **Dividir** entre 3 el valor de la suma obtenida en el paso 1

a) Si el resto de la división es 0, entonces el número no es múltiplo de 3

b) Si el resto de la división es 1, entonces el número es múltiplo de 3.

c) Si el resto de la división es 2, entonces el número no es múltiplo de 3.

ii) ¿Es posible agrupar el apartado b y c del paso 2? Reescribe el proceso anterior agrupando el apartado b y c propuestos.

iii) Responde: ¿Qué ocurriría en el paso 2 si el resto de la división fuese 3 o mayor que 3?

9.2. Anexo 2: Tarea Conectada. Fracciones (2º ESO)

A) El siguiente programa solicita una fracción y debe devolver su fracción inversa. Corrige los errores cometidos para que funcione correctamente.

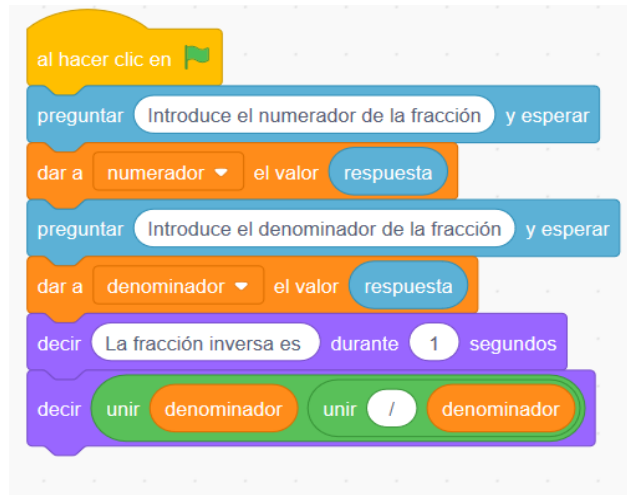


Figura 23. Tarea conectada de Fracciones (I). Fuente: Elaboración propia.

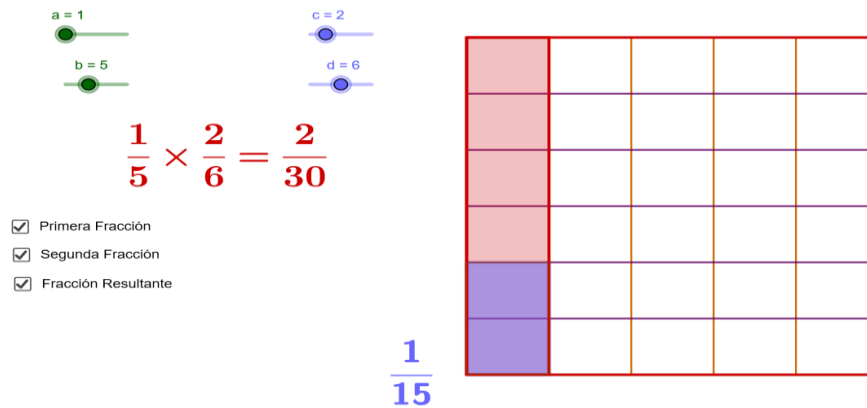
B) Completa el siguiente programa que devuelve el producto de dos fracciones introducidas previamente por pantalla.



Figura 24. Tarea conectada de Fracciones (II). Fuente: Elaboración propia.

C) Empleando los programas de los apartados anteriores, crea un nuevo programa que devuelva el cociente de dos fracciones.

D) En el siguiente enlace <https://www.geogebra.org/m/HnTpfMfk> se ofrece un applet de GeoGebra. El creador, Lenin Paulino, permite determinar de una forma alternativa el producto de dos fracciones. Describe con tus palabras cómo interpretar la siguiente situación:



Preparado por: Prof. Lenin Paulino

Figura 25. Actividad conectada de Fracciones. Fuente: GeoGebra. Lenin Paulino.

9.3. Anexo 3: Tarea Ecuaciones de grado 2 incompletas.

Completa el siguiente proyecto para que devuelva las soluciones de una ecuación de segundo grado incompleta del tipo $ax^2 + bx = 0$

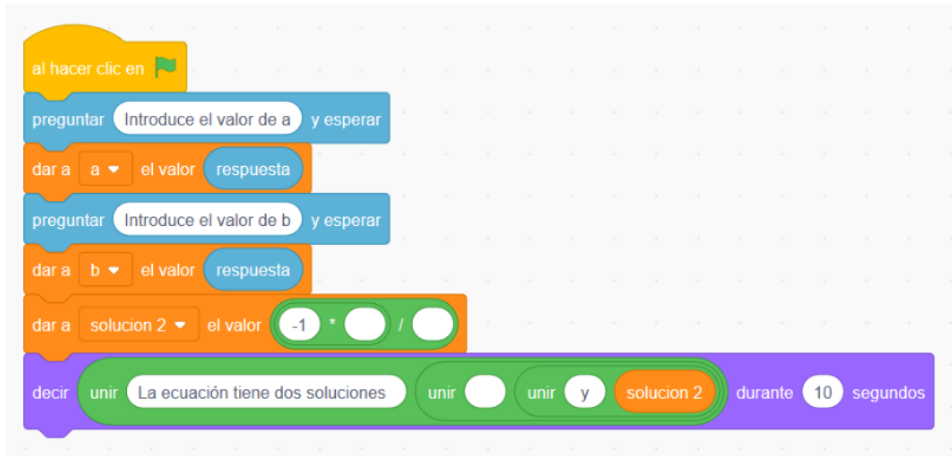


Figura 26. Tarea conectada de ecuaciones grado 2. Fuente: Elaboración propia.